

Ingegneria Meccanica, Canale 2

Prova scritta di Analisi Matematica 1

Padova, 25.1.2021

Seconda parte

Tempo a disposizione: 75 minuti.

1) [8 punti] Data la funzione

$$f(x) = \log^2|x-1| - 3\log|x-1|,$$

- determinare il dominio D , trovare la simmetria e studiare il segno di f ;
- determinare i limiti di f agli estremi di D e gli eventuali asintoti;
- calcolare la derivata e studiare la monotonia di f ; determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
- calcolare la derivata seconda e studiare la concavità e la convessità di f ;
- disegnare un grafico qualitativo di f .

2) [9 punti] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2(x-2)^n}{(-3n)^3 + \sqrt{n}}$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$.

3) **(Facoltativo)** Per $x > 0$ si consideri la funzione

$$F(x) = \int_1^x t^\alpha (1 + \sin(\sqrt{t})) dt.$$

- Si determinino gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $F(x)$ può essere prolungata con continuità (da destra) in $x = 0$.
- Per $\alpha = -\frac{3}{2}$ e per $\alpha = -\frac{1}{2}$ ** si dica se il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$ esiste e se è finito oppure non lo è.

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

** difficile.