

Prova di Matematica e Statistica - Seconda Parte

per il corso di laurea in Biotecnologie

19 giugno 2012

(1) Si consideri l'applicazione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita dalla posizione

$$z = f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}(x^2 - 8).$$

Si determinino:

- i punti critici di f ; la curva f ha punti singolari? Perché?
- il carattere dei punti critici di f mediante il metodo dell'Hessiano.
- equazione della retta tangente nel punto $P = (2, 5)$ alla curva di livello passante per P .
- equazione del piano tangente al grafico della funzione nel punto $Q = (1, 2, f(1, 2))$.
- il massimo ed il minimo assoluti della restrizione della funzione f al dominio chiuso e limitato $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0; y \geq 0; x^2 + y^2 \leq 9; x^2 + y^2 - 6x \leq 0\}$.

(2) Si calcoli $\iint_D \sin(x - y) dx dy$, dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0; -x \leq y \leq x; x \leq \pi\}$.

(3) Si determini il baricentro del solido

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}$$

avente densità $\delta = \sqrt{x^2 + y^2} - z$. (Sugg.: si osservi che vi è simmetria cilindrica.)

(4) Si svolge un referendum sull'abrogazione della caccia. Presso l'uscita di un seggio in una regione che vede per tradizione molti appassionati cacciatori, un gruppo di intervistatori raccoglie, a nome del WWF, gli exit-poll. Assumiamo di poter ragionevolmente supporre che coloro che hanno effettivamente votato a favore dell'abrogazione diranno la verità, mentre il 15% di coloro che hanno votato contro l'abrogazione mentiranno agli intervistatori del WWF sull'esito del proprio voto. Alla chiusura del seggio, secondo gli exit-poll il 35% dei votanti si sarebbe espresso contro dell'abrogazione. Qual è la probabilità che un votante di quel seggio, scelto a caso, abbia effettivamente votato a favore dell'abrogazione?

(5) Vengono raccolti i dati glicemici di un paziente, effettuando per un'intera settimana due test ogni giorno: il primo dato è raccolto al mattino a digiuno, il secondo invece due ore dopo il pasto principale. Questi sono i 14 valori complessivamente riscontrati, espressi in mg/dl:

- a digiuno: 96, 84, 112, 78, 91, 105, 85
- dopo il pasto: 123, 135, 96, 118, 113, 142, 92

E' noto che la glicemia a digiuno della popolazione sana ha distribuzione normale con media $\mu = 85$ e deviazione standard $\sigma = 8$. Un individuo viene perciò considerato **sano** se soddisfa alla **prima ipotesi nulla** " $\mu = 85$ a digiuno" con livello di significatività $\alpha = 0.025$; in caso contrario si consigliano ulteriori accertamenti diagnostici.

La letteratura considera inoltre **a forte rischio diabete** un individuo che soddisfi alla **seconda ipotesi nulla** " $\mu > 110$, ove μ rappresenta la media glicemica", indipendentemente dal periodo (se a digiuno o in prossimità di un pasto), con deviazione standard ignota e livello di significatività $\alpha = 0.05$.

Si verifichino le due ipotesi per il paziente in oggetto, formulando il referto finale.