
Istituzioni di Matematiche Modulo B (SG)

IV foglio di esercizi

ESERCIZIO 1. Nei seguenti esercizi risolvere il problema di valori iniziali nell'intervallo indicato.

- 1) $y' - 3y = e^{2x}$ su $(-\infty, +\infty)$, con $y(0) = 0$,
- 2) $xy' - 2y = x^5$ su $(0, +\infty)$, con $y(1) = 1$,
- 3) $y' + y \operatorname{tg} x = \sin 2x$ su $(-\pi/2, \pi/2)$, con $y(0) = 2$,
- 4) $y' + xy = x^3$ su $(-\infty, +\infty)$, con $y(0) = 0$,
- 5) $x' + x = e^{2t}$ su $(-\infty, +\infty)$, con $x(0) = 1$,
- 6) $x' = -2x + 2$ su $(-\infty, +\infty)$, con $x(1) = 1$,

ESERCIZIO 2. Determinare tutte le soluzioni di $y' \sin x + y \cos x = 1$ sull'intervallo $(0, \pi)$. Dimostrare che solo una di queste soluzioni ha limite finito per $x \rightarrow 0^+$, e che ve ne è un'altra che ha limite finito per $x \rightarrow \pi^-$.

ESERCIZIO 3. Un serbatoio contiene 800 litri di una soluzione in cui sono disciolti 2000 grammi di soluto. Viene immessa una soluzione a concentrazione di 6 grammi per litro, alla velocità di 8 litri al minuto; inoltre, per la presenza di un foro nel serbatoio, escono 16 litri di soluzione in ogni minuto. La soluzione viene mantenuta uniforme per agitazione. Determinare la funzione $y(t)$ che misura la quantità di soluto presente nel serbatoio all'istante t .

ESERCIZIO 4. Determinare tutte le soluzioni di $x(x+1)y' + y = x(x+1)^2e^{-x^2}$ su $I = (-1, 0)$. Dimostrare che tutte le soluzioni tendono a 0 per $x \rightarrow -1^+$, ma che ve ne è una sola con limite finito per $x \rightarrow 0^-$.

ESERCIZIO 5. Determinare tutte le soluzioni di $y' + y \cotg x = 2 \cos x$ su $I = (0, \pi)$.

ESERCIZIO 6. Determinare tutte le soluzioni di $(x-2)(x-3)y' + 2y = (x-1)(x-2)$ su ciascuno degli intervalli

- 1) $(-\infty, 2)$,
- 2) $(2, 3)$,
- 3) $(3, +\infty)$.

Dimostrare che tutte queste soluzioni tendono ad un limite finito per $x \rightarrow 2$. Ve ne sono che hanno limite finito per $x \rightarrow 3$?