Istituzioni di Matematiche Modulo B (SG)

V foglio di esercizi

ESERCIZIO 1. Nei seguenti esercizi determinare la soluzione generale (eventualmente in forma implicita).

1) $y' = x^3/y,$	5) $y\sqrt{1-x^2}y' = x,$
2) $\operatorname{tg} x \cos y = -y' \operatorname{tg} y,$	6) $(x-1)y' = xy,$
3) $(x+1)y' + y^2 = 0,$	7) $(x^2-4)y' = y,$
4) $y' = (y-1)(y-2),$	8) $yy' = e^{x+2y} \sin x.$

ESERCIZIO 2. Determinare tutte le soluzioni delle seguenti equazioni differenziali su $(-\infty, +\infty)$.

1) $y'' - 4y = 0,$	4) $y'' + 4y' = 0,$
2) $y'' + 4y = 0,$	5) $y'' - 2y' + 3y = 0,$
3) $y'' - 4y' = 0,$	6) $y'' + 2y' - 3y = 0.$

ESERCIZIO 3. Determinare la soluzione che soddisfa le condizioni iniziali date.

1) $2y'' + 3y' = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1,$
2) $y'' + 25y = 0, \quad y(3) = -1, \quad y'(3) = 0,$
3) $y'' - 4y' + 3y = 0, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = -1,$
4) $y'' + 4y' + 5y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = y''(0).$

ESERCIZIO 4. Il grafico di una soluzione u dell'equazione differenziale $y'' - 4y' + 29y = 0$ interseca il grafico di una soluzione v dell'equazione $y'' + 4y' + 13y = 0$ nell'origine. Determinare u e v sapendo che i due grafici hanno tangente comune nell'origine e che $u'(\pi/2) = 1$.

ESERCIZIO 5. Il grafico di una soluzione u dell'equazione differenziale $y'' - 3y' - 4y = 0$ interseca il grafico di una soluzione v dell'equazione $y'' + 4y' - 5y = 0$ nell'origine. Determinare u e v sapendo che i due grafici hanno tangente comune nell'origine e che $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{v(x)^4}{u(x)} = \frac{5}{6}$.

ESERCIZIO 6. Nei seguenti esercizi trovare la soluzione (o integrale) generale.

1) $y'' - y = x$,	8) $y'' + 4y = e^{-2x}$,
2) $y'' - y' = x^2$,	9) $y'' + y' - 2y = e^x$,
3) $y'' + y' = x^2 + 2x$,	10) $y'' + y' - 2y = e^x + e^{2x}$,
4) $y'' - 2y' + 3y = x^3$,	11) $y'' - 2y' + y = x + 2xe^x$,
5) $y'' - 5y' + 4y = x^2 - 2x + 1$,	12) $y'' + 2y' = 3xe^x$,
6) $y'' + y' - 6y = 2x^3 + 5x^2 - 7x + 2$,	13) $y'' - 2y' + y = 14e^x - 27e^{2x} + 2x - \sin 3x$,
7) $y'' - 4y = e^{2x}$,	14) $y''' - y' = e^x$,

ESERCIZIO 7. Nei seguenti esercizi trovare la soluzione (o integrale) generale.

1) $y'' - 9y = e^{3x}$,	5) $y'' + 4y = 3x \cos x$,
2) $y'' + 9y = \sin 3x$,	6) $y'' + 4y = 3x \sin x$,
3) $y'' + y = \sin x$,	7) $y'' - 3y' = 2e^{2x} \sin x$,
4) $y'' + y = \cos x$,	8) $y'' + y = e^{2x} \cos 3x$,

ESERCIZIO 8. Determinare la soluzione che soddisfa le condizioni iniziali date.

1) $y'' - y = 2x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1,$

2) $y'' - y' = 3x^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1,$

3) $y'' + y' = x^2 + 5x, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = 0,$

4) $y'' - 2y' + 3y = 2x^3, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1,$

5) $y'' - 4y = 2e^{2x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1,$

6) $y'' + 4y = 2e^{-2x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0,$

7) $y'' + y' - 2y = 2e^x, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 0,$

8) $y'' + y' - 2y = 11e^x + 12e^{2x}, \quad y(-1) = 1, \quad y'(-1) = 1,$

9) $y'' - 2y' + y = x + 2xe^x, \quad y(2) = 0, \quad y'(2) = 1,$

10) $y'' + 2y' = 27\pi xe^x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1,$

11) $y'' - 2y' + y = 11e^x + 12e^{2x}, \quad y(-1) = 1, \quad y'(-1) = 1,$

12) $y'' - 9y = 14e^{3x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1,$

13) $y'' + 9y = 23 \sin 3x, \quad y(\pi) = 1, \quad y'(\pi) = 0,$

14) $y'' + y = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x, \quad y(\pi/2) = 0, \quad y'(\pi/2) = 1,$

15) $y'' + y = \frac{1}{3} \cos x, \quad y(\pi/4) = 0, \quad y'(\pi/4) = 0,$

16) $y'' + 4y = 3\pi x \cos x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0,$

17) $y'' - 3y' = 2e^{2x} \sin x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0,$

18) $y'' + y = e^{2x} \cos 3x, \quad y(\pi/6) = 0, \quad y'(\pi/6) = 0.$