

Capitolo 1

1.1 Parte VIII

Exercise 1.1. Siano X, Y variabili aleatorie indipendenti con distribuzione $\text{Geo}(p)$. Per $n \geq 2$ fissato, si determini la distribuzione della variabile aleatoria X rispetto alla probabilità condizionata $P(\cdot | X + Y = n)$.

Exercise 1.2. Stefano lancia ripetutamente un dado regolare a sei facce. Indichiamo con X_k il risultato dell' k -esimo lancio, per $k \in \mathbb{N}$. Matteo sta a guardare gli esiti dei lanci, aspettando il primo istante T in cui esce un numero in $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Quando ciò accade, si appunta su un foglio il numero uscito $Y := X_T$.

- (1) Per ogni $n \in \mathbb{N}$, si esprima l'evento $\{T = n\}$ in termini delle variabili aleatorie X_1, \dots, X_n . Si deduca quindi la densità discreta di T e la si riconosca.
- (2) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $a \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, si esprima l'evento $\{T = n, Y = a\}$ in termini delle variabili aleatorie X_1, \dots, X_n . Si deduca quindi la densità discreta congiunta delle variabili aleatorie T e Y .
- (3) Si determini la distribuzione di Y . Le variabili T e Y sono indipendenti?