Esercitazioni di Laboratorio di Calcolo Numerico

Stefano De Marchi*

Verona, November 8, 2006

1 Zeri di Funzione

1. Data $f(x) = \mathrm{e}^x - 4x^2$, le cui radici sono $\alpha_1 \in (-1, 0)$, $\alpha_2 \in (0, 1)$, e $\alpha_3 \in (4, 4.5)$. Determinare α_1 con il metodo di bisezione, α_2 con il metodo di Newton (o delle tangenti) e α_3 con il metodo iterativo $x_{i+1} = \log(4x_i^4)$. Quest'ultimo metodo converge per ogni x_0 iniziale?

2. Si consideri la funzione
$$f(x) = x^2 - c, \ \ c \geq 0 \ .$$
Scrivere un programma MATLAB che risolva $f(x) = 0$ (fissando il parametro c) con i seguenti due schemi iterativi:

(i)
$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \quad (Newton) \ ,$$

(ii)
$$x_{k+1} = y - \frac{f(y)}{f'(x_k)} \quad , \ \ y = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}.$$

Studiare inoltre le proprietà di convergenza di entrambi i metodi considerando la corrispondente funzione di iterazione $g(x)$:

(i)
$$g_1(x) = x - \frac{x^2 - c}{2x} \ ,$$

*Dipartimento di Informatica, Università di Verona

(ii)

$$g_2(x) = x - \frac{x^2 - c}{2x} - \frac{\left(x - \frac{x^2-c}{2x}\right)^2 \; - \; c}{2x} \; .$$

In particolare si scoprirà che il metodo **(ii)** è del *terzo ordine* per $c > 0$ e del *primo ordine* per $c = 0$.

3. Un oggetto si trova fermo su un piano la cui inclinazione varia con velocità costante ω. Dopo t secondi la posizione dell'oggetto è

$$s(t, \omega) = \frac{g}{2\omega^2}(\sinh(\omega\, t) - \sin(\omega\, t))$$

dove dopo $1\, sec.$ si sia mosso di $1\, m.$. Ricavare il valore di ω corrispondente a meno di $1.e - 5$ mediante un metodo di iterazione funzionale convergente.

4. Ripetere l'esercizio precedente con lo schema Δ^2 *di Aitken.*