Esercitazioni di Laboratorio di Calcolo Numerico

Stefano De Marchi*

Verona, November 15, 2006

1 Zeri di Funzione

1. Data $f(x) = \mathrm{e}^x - 4x^2$, le cui radici sono $\alpha_1 \in (-1, 0)$, $\alpha_2 \in (0, 1)$, e $\alpha_3 \in (4, 4.5)$. Determinare α_1 con il metodo di bisezione, α_2 con il metodo di Newton (o delle tangenti) e α_3 con il metodo iterativo $x_{i+1} = \log(4\, x_i^2)$. Quest'ultimo metodo converge per ogni x_0 iniziale?

2. Si consideri la funzione
$$f(x) = x^2 - c, \quad c \geq 0 \ .$$
Scrivere un programma MATLAB che risolva $f(x) = 0$ (fissando il parametro c) con i seguenti due schemi iterativi:

   (i)
$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \quad (Newton) \ ,$$

   (ii)
$$x_{k+1} = y - \frac{f(y)}{f'(x_k)} \quad , \quad y = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} .$$

   Studiare inoltre le proprietà di convergenza di entrambi i metodi considerando la corrispondente funzione di iterazione $g(x)$:

   (i)
$$g_1(x) = x - \frac{x^2 - c}{2x} \ ,$$

*Dipartimento di Informatica, Università di Verona

(ii)

$$g_2(x) = x - \frac{x^2 - c}{2x} - \frac{\left(x - \frac{x^2-c}{2x}\right)^2 \; - \; c}{2x} \; .$$

Si scoprirà, in particolare, che il metodo **(ii)** è del *terzo ordine* per $c > 0$ e del *primo ordine* per $c = 0$.

3. Un oggetto si trova fermo su un piano la cui inclinazione varia con velocità costante ω. Dopo t secondi la posizione dell'oggetto è

$$s(t, \omega) = \frac{g}{2\omega^2}(\sinh(\omega\, t) - \sin(\omega\, t))$$

dove $g = 9.81\ m/sec^2$ è l'accelerazione di gravità. Supponiamo che il corpo dopo $1\,sec.$ si sia mosso di $1\,m.$. Ricavare il valore di ω corrispondente a meno di $1.e - 5$ mediante un metodo di iterazione funzionale convergente.

4. Ripetere l'esercizio precedente con lo schema Δ^2 *di Aitken.*

5. Calcolare le tre radici reali del polinomio $p_3(x) = x^3 - 7x + 6$ mediante la tecnica di deflazione.