

PROVA DI LABORATORIO DI CALCOLO NUMERICO
INGEGNERIA MECCANICA - MATRICOLE PARI - AA 2016/17

Prof. Stefano De Marchi
Padova, 23 giugno 2017

- Il candidato dovrà produrre uno script `.m` per **ogni** esercizio.
- commentare **bene** gli scripts usando il comando `%`.
- al termine della prova lasciare tutti i files nella propria cartella **home**.
- **vietato usare libri, appunti e naturalmente il cellulare**

ESERCIZI

1. Si considerino le funzioni $f_1(x) = x^2$ e $f_2(x) = -\log x$, definite su $\mathbb{R}_{>0}$.
Scrivere un file `esercizio1.m` che faccia le seguenti cose

- (a) Scelti 100 punti nell'intervallo $[0.1, 1]$, usando `linspace`, fa il plot delle due curve $y = f_1(x)$ e $y = f_2(x)$. Esse s'intersecano in un unico punto, che chiameremo α . Per meglio individuare il punto sia usi anche il comando `grid`.
- (b) Per approssimare α , applicare il *metodo iterativo di Newton* (di cui si fornisce la funzione `Newton.m`) alla funzione $f(x) = x^2 + \log(x)$, con un opportuno punto iniziale, tolleranza `tol=1.e-8` e `kmax=20`. La chiamata della funzione `Newton` sarà

`[x1, k, err]=Newton(f, fp, x0, tol, kmax)`

NB: le funzioni `f` e `fp` sono la funzione $f(x)$ e la derivata prima $f'(x)$, rispettivamente.

- (c) Date le seguenti funzioni

$$\begin{aligned}g_1(x) &= -\log x \\g_2(x) &= -\frac{\log x}{x^2} \\g_3(x) &= e^{-x^2}\end{aligned}$$

dire quali possono essere considerate delle funzioni di iterazione di punto fisso per approssimare α , quali assicurano la convergenza e con che ordine.

Motivare la risposta scrivendo le linee di codice necessarie per verificare la convergenza e l'ordine di approssimazione.

- (d) Usare quindi la funzione `MetodoIterativo.m` (fornita) per confermare quanto osservato al punto precedente, usando lo stesso punto iniziale del metodo di Newton, `tol=1.e-6` e `kmax=100`.

`[x1, k, err]=MetodoIterativo(fiter, x0, tol, kmax)`

dove `fiter` é la funzione d'iterazione del metodo.

Fare quindi il plot in scala semilogaritmica dell'errore relativo.

2. Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 2 & -2 & 0 & 0 \\ -3 & 6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/2 & 5 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 5 & 1 \\ -3 & 0 & 0 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

e il termine noto b scelto cosicché la soluzione del sistema $Ax=b$ sia $x=\text{ones}(5,1)$.

- (a) Scrivere uno script `esercizio2.m` che risolva il sistema lineare mediante il metodo iterativo di Jacobi con $x_0 = [-1 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1]'$, $\text{tol} = 1.e-8$ e $\text{kmax} = 30$ e plotti in scala semilogaritmica l'errore relativo calcolato. Perché il metodo di Jacobi è risultato esser convergente?

NB: Ricordo che la matrice d'iterazione del metodo di Jacobi è $P = \text{inv}(D) * (D - A)$, con $D = \text{diag}(\text{diag}(A))$.

- (b) Si risolva il sistema anche col metodo di Gauss-Seidel. Perché il metodo converge più velocemente?

NB: Ricordo che la matrice d'iterazione del metodo di Gauss-Seidel è $P = \text{inv}(D - B) * C$, con $D = \text{diag}(\text{diag}(A))$, $B = -(\text{tril}(A) - D)$ e $C = -(\text{triu}(A) - D)$.

◇◇

Tempo: **2 ore**.