

PROVA DI LABORATORIO DI CALCOLO NUMERICO
INGEGNERIA MECCANICA - MATRICOLE PARI - AA 2016/17
Prof. Stefano De Marchi
Padova, 7 luglio 2017

- Il candidato dovrà produrre uno script `.m` per **ogni** esercizio.
- commentare **bene** gli scripts usando il comando `%`.
- al termine della prova lasciare tutti i files nella propria cartella **home**.
- **vietato usare libri, appunti e naturalmente il cellulare**

ESERCIZI

1. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{10} e^{\sin(x)} dx, .$$

Produrre uno script `esercizio1.m` che assolva alle seguenti richieste.

- (a) Dapprima si prendano $N = 10$ punti equispaziati nell'intervallo $[0, 10]$ e si consideri il polinomio di grado 9 che interpola f nei punti equispaziati (ovvero sostituendo la funzione f con il polinomio $p_1x^9 + p_2x^8 + \dots + p_9x + p_{10}$).

Per calcolare il vettore dei coefficienti p_i si risolva il sistema lineare $V \mathbf{p} = \mathbf{f}$, con V la matrice di Vandermonde costruibile usando la funzione `vander` e il termine noto \mathbf{f} che consiste del valore della funzione nei punti equispaziati.

Si calcoli poi l'errore relativo commesso rispetto al valore "esatto" dell'integrale fornito dalla funzione `quadl` con tolleranza `tol=1.e-8`. [vale 5/30]

Sugg.
$$\int_0^{10} p_k x^{10-k} dx = \left[\frac{p_k}{10-k+1} x^{10-k+1} \right]_0^{10} = \dots, \quad k = 1, \dots, 10$$

- (b) Si approssimi lo stesso integrale usando la funzione `polyfit` per calcolare i coefficienti del polinomio interpolante. Si calcoli l'errore relativo. [vale 3/30]
- (c) Approssimare stesso integrale usando la formula composta dei trapezi o formula trapezoidale. Si calcoli l'errore relativo. [vale 4/30].
- (d) Si prenda ora il vettore `NN=[20,30,50,70,100,150]`. Per ogni $N \in NN$ si ripetano i punti (a), (b) e (c) facendo un grafico comparativo degli errori relativi usando il comando `plot(NN,log10(err_a), 'r',NN,log10(err_b),'b', NN,log10(err_c),'k')`. Inoltre usando il comando `errors=table(err_a',err_b',err_c')` si produca la tabella dei 7 errori relativi ottenuti usando i metodi dei punti (a), (b) e (c).

Commentare i risultati. [vale 3/30]

2. Si consideri la funzione f dell'esercizio precedente ora con $x \in [-\pi, \pi]$. Produrre uno script `esercizio2.m` per fare quanto segue.

- (a) Costruire il polinomio d'interpolazione p_n di grado n della funzione f in forma di Newton, su punti di Chebyshev-Lobatto. Considerare ancora gradi `n=5:2:15`. Fare il plot, in due figure diverse: (i) degli errori relativi, (ii) della funzione, del polinomio interpolante e dei punti d'interpolazione per l'ultimo valore, ovvero `n=15`

Per la valutazione del polinomio interpolante useremo la funzione `DiffDivide.m` (allegata) e lo schema di Horner per la valutazione, implementato nella funzione `Horner.m` (allegata). Usare 100 equispaziati per la valutazione e quindi il plot, del polinomio e della funzione.

Ricordo che i punti di Chebyshev-Lobatto sono punti in $[-1, 1]$ definiti come

$$x_k = -\cos\left(\frac{k\pi}{n}\right), \quad k = 0, \dots, n.$$

Questa prima parte [vale 8/30].

- (b) Ripetere quanto fatto al punto precedente usando la spline cubica, che si ottiene col comando `s=spline(x,y,xe)`, con `x` il vettore dei punti d'interpolazione e con `y` i valori di f in `x`, mentre `xe` sono i punti di valutazione (usare quindi gli stessi punti `x`, `xe` e valori `y` del punto precedente).

Guardando agli errori calcolati al punto (a) e (b), cosa si nota? Se si usassero punti `x` equispaziati che errori si otterrebbero? [vale 7/30].

◇◇

Tempo: **2 ore**.