

PROVA DI LABORATORIO DI CALCOLO NUMERICO  
INGEGNERIA MECCANICA - MATRICOLE PARI - AA 2017/18  
*Proff. Stefano De Marchi, Emma Perracchione*  
Padova, 28 agosto 2018

- Come indicato, il candidato dovrà produrre uno script `.m` per **ogni** esercizio.
- commentare **bene** gli scripts usando il comando `%`.
- **Scrivere su ogni SCRIPT il Nome, Cognome e la Matricola**
- **vietato usare libri, appunti e naturalmente il cellulare**
- al termine della prova lasciare tutti i files nella propria cartella **home**.

ESERCIZI

1. Si consideri il problema di ricerca di zeri di funzione con il metodo di Newton. Data la funzione

$$f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = e^{-x} \sin\left(4x - \frac{\pi}{2}\right) + x$$

Sia  $\bar{x}$  lo zero della funzione  $f$ . Si scriva uno script `Esercizio1.m` che esegua le seguenti istruzioni.

- (a) Tracci il grafico della funzione  $f$  da cui individuare un intervallo di ampiezza  $10^{-1}$  in cui si trova  $\bar{x}$ .
- (b) Definisca una funzione d' iterazione `g=@(x) ....` convergente. Per verificare la convergenza si determini  $g'$  come `g1=@(x) ....` e la si plotti in  $[0, 1]$ .
- (c) Utilizzi la funzione `fixedpoint.m` (fornita) per stimare  $\bar{x}$  con `tol=1.e-6`, `kmax=20`, scegliendo come punto iniziale `x0` l'estremo sinistro dell'intervallo del punto (a).

```
[iter,errRel]=fixedpoint(g, x0, tol, kmax);
```

Si plotti quindi il grafico dell'errore relativo. Quante iterazioni sono servite?

- (d) Definire  $f'(x)$ , usando `fp=@(x) ....`. Si la funzione `Newton.m` (fornita) per stimare  $\bar{x}$ .

```
[x,iter] = Newton(f,fp,x0,tol,kmax)
```

Per `tol`, `kmax` usare gli stessi valori del punto (c).

Il numero di iterazioni necessarie alla convergenza risulta la radice quadrata del numero d' iterazioni del punto (c). Questo cosa significa?

NB: per ogni grafico usare il comando `figure` e per plottare gli errori usando `semilogy`.

2. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.02 & 5 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 5 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

e il termine noto  $\mathbf{b}$  scelto in modo che la soluzione del sistema  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  sia  $\mathbf{x} = [3, 3, 3, 3, 3]^T$ .

Si scriva uno script `Esercizio2.m` che esegua le seguenti istruzioni.

- (a) Risolve il sistema lineare mediante il metodo iterativo di Richardson stazionario

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \alpha D^{-1}(\mathbf{b} - A\mathbf{x}^k), \quad k = 0, 1, \dots$$

dove  $D$  è la matrice che contiene i termini diagonali di  $A$  ed  $\alpha$  un parametro reale positivo. Il metodo ha matrice d'iterazione  $P = I - \alpha \text{inv}(D) * A$ .

Si consideri come vettore iniziale  $\mathbf{x}_0 = [2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2]'$ ,  $\text{tol} = 1.e-6$  e numero massimo di iterazioni  $\text{kmax} = 130$ . Usare la funzione `Richardson.m` (fornita) per calcolare la soluzione prendendo  $\alpha = 2/(\text{lmin} + \text{lmax})$ , con  $\text{lmin}$  ed  $\text{lmax}$  gli autovalori min e max di  $A$  (da determinarsi con `eig`).

```
[sol, errR, iter]=Richardson(A, b, x0, tol, kmax, alfa);
```

Plottare l'errore relativo in scala logaritmica e si visualizzi (nella command window) il numero di iterazioni fatte dal metodo di Richardson stazionario.

- (b) Ripetere il punto (a) con il metodo di Gauss-Seidel.

*Sugg.* La matrice di iterazione del metodo di Gauss-Seidel è  $P = \text{inv}(D - B) * C$ , con  $D = \text{diag}(\text{diag}(A))$ ,  $B = -(\text{tril}(A) - D)$  e  $C = -(\text{triu}(A) - D)$ .

- (c) I metodi convergono? Perché? Quale dei due converge più velocemente? Commentare adeguatamente la risposta.

◇◇

Tempo: **1h 45m** .