

Diario delle lezioni di Analisi Numerica
laurea Magistrale in Statistica e Informatica
A.A. 2009-2010

Prof. Stefano De Marchi*

December 4, 2009

28/9/09 Aula SC20.

- Rappresentazione dei numeri su un calcolatore: notazione floating point; singola e doppia precisione; operazioni sui float.
- Errori inerenti (o di rappresentazione), errore algoritmico. Errori assoluti e relativi.
- Numero macchina ϵ e precisione del calcolo. Algoritmo di calcolo di ϵ .

30/9/09 Aula SC20.

- Stabilità degli algoritmi numerici; cancellazione numerica.
- Problemi mal-condizionati e ben-condizionati. Numero di condizionamento. Esempi
- Algoritmi di Archimede, Viète e Wallis per il calcolo di π .
- Alcuni cenni alla programmazione Matlab

1/10/09 Laboratorio ASID17.

- Introduzione a Matlab: sintassi, tipi, strutture `for` e `while`. Esempi di implementazione di M-files e M-functions.
- Discussione di alcuni esercizi relativi all'aritmetica floating-point.

5/10/09 Aula SC20.

- Ricerca di zeri funzioni: generalità per risolvere $f(x) = 0$.
- Metodo di bisezione. Convergenza e ordine. Algoritmo.
- Metodo d'iterazione funzionale (o del punto fisso). Costruzione di metodi iterativi del punto fisso: trasformazione di $f(x) = 0$ in $x = g(x)$ con g funzione d'iterazione. Condizione necessaria per la convergenza $|g'(x)| < 1, \forall x \in I_\alpha$, con I_α intorno della radice.

*Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata, Università di Padova, demarchi@math.unipd.it

- Ordine di convergenza di un metodo d'iterazione funzionale.
- Test d'arresto.
- Implementazione in Matlab di un metodo iterativo per la ricerca di zeri di funzione.

7/10/09 Aula SC20.

- Ricerca di zeri funzioni: metodo di Newton.
- Convergenza e ordine di convergenza del metodo di Newton.
- Metodo di Newton per radici multiple. Stima della molteplicità di una radice.
- Codice Matlab per implementare il metodo di Newton
- Esempi: $f(x) = x^2 - q$, $q > 0$ e $f(x) = \frac{1}{x} - c$, $c \neq 0$.
- Ricerca degli zeri $f_\alpha(x) = \frac{\sin \alpha x}{\alpha x + 2} \log \alpha x$, $\alpha \neq 0$
- Cenni al metodo delle secanti.

8/10/09 Laboratorio ASID17.

- Richiami di programmazione Matlab
- Esempi guidati di implementazione di M-files e M-functions.
- Funzioni `fzero`, `fsolve` e `zeros`.
- Soluzione di semplici problemi di ricerca di zeri funzioni con il metodo di iterazione funzionale x_0 , $x_{k+1} = g(x_k)$, $k \geq 0$.

12/10/09 Aula SC20.

- Varianti del metodo di Newton per la ricerca di zeri di funzione: metodo delle corde, delle secanti, Regula Falsi e metodo di Steffensen.
- Accelerazione di Aitken e sua convergenza.
- Cenni alla ricerca di zeri di polinomi.

14/10/09 Aula SC20.

- Richiami di calcolo matriciale. Somma e prodotto di matrici. Somma diretta e prodotto diretto di matrici.
- Matrici con strutture particolari: diagonali, a banda, triangolari superiori ed inferiori, di Hessenberg superiori ed inferiori. Matrici (semi-)definite positive e loro proprietà.
- Determinante e autovalori di matrici. Relazioni tra autovalori di matrici, determinate e traccia di una matrice.
- Norme vettoriali e matriciali: Norme consistenti e norme indotte.
- Funzioni Matlab per fare calcoli con vettori e matrici.

15/10/09 Laboratorio ASID17.

- Funzioni `varargin`, `nargin` e `varargout`, `nargout`.
- Soluzione e implementazione in Matlab di problemi di ricerca di zeri funzioni con il metodo di Newton e di Newton per radici multiple.
- Esempi guidati di implementazione di M-files e M-functions.

19/10/09 Aula SC20.

- Condizionamento del problema della soluzione di un sistema lineare con analisi della perturbazione del termine noto e della matrice e termine noto. Numero di condizionamento. Mal condizionamento
- Metodi diretti per la soluzione di sistemi lineari: generalità
- Metodo di Eliminazione di Gauss: aspetti numerici, computazionali e complessità.
- Teorema LU. Fattorizzazione LU di matrici e sua equivalenza con il metodo di eliminazione di Gauss.

21/10/09 Aula SC20.

- Metodo di Cholesky per matrici simmetriche definite positive.
- Algoritmo di Thomas per matrici tridiagonali.
- Raffinamento iterativo.
- Generalità sui metodi iterativi per la soluzione di sistemi lineari. Convergenza. Condizione necessaria e sufficiente per la convergenza: $\rho(P) < 1$, con P matrice d'iterazione.
- Criteri d'arresto a posteriori.

22/10/09 Laboratorio ASID17.

- Operazioni vettoriali in Matlab.
- Algoritmo di sostituzione all'indietro nel caso $Ax = b$ e nel caso $AX = B$, con B matrice di termini noti.
- Soluzione e relativa implementazione in Matlab, di semplici sistemi lineari con i metodi di Gauss e Cholesky
- Esempi guidati di implementazione di M-files e M-functions.

28/10/09 Aula SC20.

- Metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel.
- Grafo connesso ad una matrice. Teoremi di convergenza per Jacobi e Gauss-Seidel.
- Metodo SOR. Ricerca del parametro ottimale.
- Soluzione di sistemi non-lineari con il metodo di Newton. Cenni al metodo delle secanti.

- Soluzione ai minimi quadrati di sistemi sovra e sotto-determinati.

29/10/09 Laboratorio ASID17.

- Matrici di Toeplitz e di Vandermonde con i comandi `toeplitz` e `vander`.
- Memorizzazione di matrici sparse con `spdiags`. Comandi `sparses` e `full`.
- Comando `find`.
- Implementazione delle funzioni `Jacobi` e `GaussSeidel` per la soluzione di sistemi lineari con matrici tridiagonali diagonalmente dominanti. Ricerca del parametro ottimale per il metodo di sovra-rilassamento, SOR.
- Soluzione numerica di un sistema 2×2 , non-lineare, con il metodo di Newton.

2/11/09 Aula SC20.

- Interpolazione polinomiale: generalità.
- Teorema di esistenza e unicità del polinomio d'interpolazione.
- Forma di Lagrange dell'interpolante.
- Proprietà dei polinomi elementari di Lagrange.
- Implementazione in Matlab del calcolo del polinomio elementare di Lagrange in un punto.
- Errore d'interpolazione e sua maggiorazione.

4/11/09 Aula SC20.

- Ancors sull'errore d'interpolazione polinomiale.
- Fenomeno di Runge
- Punti di Chebyshev e di Chebyshev-Lobatto
- Costante di Lebesgue e sua stima

5/11/09 Laboratorio ASID17.

- Comando `repmat` per fare copie di una matrice.
- Applicazione del comando al calcolo della matrice dei polinomi elementari di Lagrange su un vettore di punti target.
- Implementazione del codice per il calcolo del polinomio d'interpolazione in forma di Lagrange, su nodi equispaziati e di Chebyshev, su un vettore di punti target.

9/11/09 Aula SC20.

- Costante di Lebesgue come stima del condizionamento del problema d'interpolazione polinomiale.
- Interpolante in forma di Newton. Differenze divise, loro proprietà e algoritmo di calcolo. Formula dell'errore.

- Interpolazione osculatoria di Hermite
- Intepolante in forma di Taylor come generalizzazione dell'interpolazione polinomiale su punti multipli.
- Interpolazione lineare a tratti e polinomiale a tratti.

11/11/09 Aula SC20.

- Funzioni splines: generalità e B-splines.
- Proprietà delle B-splines.
- Splines interpolanti. Splines cubiche naturali, vincolate e periodiche.
- Polinomi di Bernstein e approssimazione di Bézier. Algoritmo di De Casteljaeu per curve di Bézier.

12/11/09 Laboratorio ASID17.

- Comandi `polyfit` e `polyval`.
- Algoritmo delle differenze divise e di Hörner.
- Esercizi per determinare il polinomio d'interpolazione in forma di Newton e il calcolo del polinimo approssimante (con `polyfit`).

16/11/09 Aula SC20.

- Minimi quadrati discreti. Equazioni normali, soluzione del sistema delle equazioni normali con SVD.
- Differenze in avanti, all'indietro e centrali per approssimare la derivata di una funzione. Analisi dell'errore.
- **Nota bene: questa lezione è quella conclusiva per gli studenti di Astronomia.**

18/11/09 Aula SC20.

- Nessun studente a lezione.

19/11/09 Laboratorio ASID17.

- Fattorizzazione di matrici con il comando `svd` e suo uso in Matlab.
- Esercitazione guidata per risolvere semplici problemi di approssimazione con minimi quadrati discreti.

23/11/09 Aula SC20.

- Quadratura numerica: generalità sulle formule di tipo interpolatorio.
- Formule di Newton-Côtes, aperte e chiuse. Esempi: formula dei trapezi, di Simpson e di Milne.
- Derivazione della forma dell'errore di quadratura. Stima del numero di nodi necessari per avere un'errore a meno di una fissata tolleranza.

- Formule composite dei trapezi e di Simpson. Errore.

25/11/09 Aula SC20.

- Nessun studente a lezione.

26/11/09 Laboratorio ASID17.

- Esercitazione guidata per il calcolo di integrali definiti con: formula dei trapezi semplice e composta, formula di Simpson semplice e composta, formule gaussiane composite a 2 punti e di Gauss-Legendre.
- Proposta di un paio di esercizi da appelli d'esame.

03/12/09 Laboratorio ASID17.

- Esercitazione guidata di esercizi proposti in appelli d'esame.
- Discussione delle modalità di svolgimento e presentazione della prova pratica d'esame.

La lezione del 03/12/09 ha concluso il corso.

Riassumendo, il corso consisteva di 54 ore (8 CFU). Purtroppo per 4 ore, ovvero in 2 occasioni, gli studenti non erano presenti e quindi le lezioni non sono state tenute. Pertanto, le ore di lezione impartite con la presenza di studenti sono state 50.