Corso di Teoria dell'Approssimazione e Applicazioni, A.A. 2009/10

Esercitazione di laboratorio

Prof. S. De Marchi - 24 maggio 2010

1. Usare la funzione `haltonseq.m` per costruire sequenze di punti di Halton per dimensioni spaziali $s = 1, 2, 3$.

2. Verificare (solo graficamente) la proprietà dei punti di Halton, ovvero

$$H_{s,M} \subset H_{s,N}, \quad M < N\,.$$

3. Usando la funzione `DistanceMatrix.m` su vari insiemi di punti di Halton con dimensione $s = 2$, verificare come cambia il numero di condizionamento della corrispondente *distance-matrix*.

4. Nel caso di dimensione $s = 2$, si costruisca l'interpolante RBF della funzione

$$f_s(\mathbf{x}) = 4^s \prod_{i=1}^{s} x_i(1 - x_i), \quad \mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_s) \in [0, 1]^s$$

con funzioni di base $\Phi_k(x) = \|x - x_k\|_2$ determionando anche l'errore RMS. Usando la funzione `DistanceMatrixFit.m`) verificare che al crescere del numero di punti l' RMS diminuisce.

5. Verificare che la funzione radiale gaussiana

$$\Phi(\mathbf{x}) = \mathtt{e}^{-\epsilon^2 \|x\|^2}, \; \epsilon > 0$$

si localizza per $\epsilon \to \infty$ e si appiattisce $\epsilon \to 0$.

6. Usare lo script `RBFInterpolation2D.m` per effettuare l'interpolazione RBF, in dimensione 2, della *funzione di Franke*, con RBF gaussiana. Vedere come varia l'errore al variare del parametro `ep`.

7. Fare i plot delle funzioni radiali di Poisson, per $s = 2, 3, 4, 5$. Usare la funzione `besselj(n,z)` di Matlab per il calcolo della funzione di Bessel di primo tipo e di ordine `n` su un vettore `z`. Farne il plot in $[-10, 10]^2$. Anche per queste si può introdurre un parametro ϵ. Rifare i plots del punto precedente per $\epsilon = 10$. Cosa si osserva?

8. Fare quindi i grafici delle funzioni di Matérn per $\beta = (2 + k)/2, \; k = 1, 3, 5$.

Il link dove trovare i files delle funzioni Matlab relative alle RBF è:
`http://www.math.unipd.it/~demarchi/TAA2010`