

Teoria dell'Approssimazione e Applicazioni, A.A. 2011/12

ESERCITAZIONE DI LABORATORIO DEL 2 APRILE 2012

Prof. Stefano De Marchi

1 Esercitazione proposta

1. Plottare alcune funzioni radiali strettamente definite positive centrate nell'origine

- Le funzioni *gaussiane di Laguerre* per $n = 1, 2$ ed $s = 1, 2$

s	$n = 1$	$n = 2$
1	$(3/2 - x^2)e^{-x^2}$	$(15/8 - 5/2 x^2 + 1/2 x^4)e^{-x^2}$
2	$(2 - \ x\ ^2)e^{-\ x\ ^2}$	$(3 - 3\ x\ ^2 + 1/2\ x\ ^4)e^{-\ x\ ^2}$

- Le funzioni di *Poisson* per $s = 2, 3, 4$ in $[-1, 1]^2$ usando come parametro di forma $\epsilon = 10$ (da introdurre opportunamente nelle definizioni qui sotto)

$s = 2$	$s = 3$	$s = 4$
$J_0(\ x\)$	$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin(\ x\)}{\ x\ }$	$\frac{J_1(\ x\)}{\ x\ }$

dove J_p è la *funzione di Bessel di primo tipo di ordine p* , che in Matlab si chiama `besselj(p, z)` (dove \mathbf{z} è un array di punti su cui valutare la funzione).

- Le funzioni di *Matérn* per tre diversi valori di β in $[-1, 1]^2$, con parametro di forma $\epsilon = 10$

$\beta = \frac{s+1}{2}$	$\beta = \frac{s+3}{2}$	$\beta = \frac{s+5}{2}$
$e^{-\ x\ }$	$(1 + \ x\) e^{-\ x\ }$	$(3 + 3\ x\ + \ x\ ^2) e^{-\ x\ }$

- Le funzioni *multiquadriche generalizzate* $\Phi(x) = (1 + \|x\|^2)^{-\beta}$, $s < 2\beta$, in $[-1, 1]^2$, nei due seguenti casi (usando $\epsilon = 5$): $\beta = 1/2$ (che corrisponde alla multiquadrica inversa di Hardy) e $\beta = 1$ (che corrisponde alla quadrica inversa).
- Le funzioni *potenze troncate* $\Phi(x) = (1 - \|x\|)_+^l$ nei casi $l = 2, 4$ (in $[-1, 1]^2$).
- Le funzioni *potenziali di Witteraker* sempre nel quadrato in $[-1, 1]^2$, per diverse scelte dei parametro α e k , con $\beta = 1$

α	$k = 2$	$k = 3$
0	$\frac{\beta - \ x\ + \ x\ e^{-\beta/\ x\ }}{\beta^2}$	$\frac{\beta^2 - 2\beta\ x\ + 2\ x\ ^2 - 2\ x\ ^2e^{-\beta/\ x\ }}{\beta^3}$
1	$\frac{\beta - 2\ x\ + (\beta + 2\ x\)e^{-\beta/\ x\ }}{\beta^3}$	$\frac{\beta^2 - 4\beta\ x\ + 6\ x\ ^2 - (2\beta\ x\ + 6\ x\ ^2)e^{-\beta/\ x\ }}{\beta^4}$

2. Come per l'esercitazione del 12 marzo 2012, s'interpoli la funzione di Franke su una griglia di 20×20 punti di Chebyshev con funzioni di Poisson e/o di Matérn. Valutare anche l'errore RMSE.

Ricordo che il link dove trovare i files delle funzioni Matlab è:

<http://www.math.unipd.it/~demarchi/TAA2010>