

Teoria dell'Approssimazione e Applicazioni, A.A. 2011/12

ESERCITAZIONE DI LABORATORIO DEL 2 APRILE 2012

Prof. Stefano De Marchi

1 Esercitazione proposta

1. Plottare alcune funzioni radiali strettamente definite positive centrate nell'origine

- Le funzioni *gaussiane di Laguerre* per $n = 1, 2$ ed $s = 1, 2$

$$\begin{array}{lll} s & n = 1 & n = 2 \\ \hline 1 & (3/2 - x^2)e^{-x^2} & (15/8 - 5/2x^2 + 1/2x^4)e^{-x^2} \\ 2 & (2 - \|x\|^2)e^{-\|x\|^2} & (3 - 3\|x\|^2 + 1/2\|x\|^4)e^{-\|x\|^2} \end{array}$$

- Le funzioni di *Poisson* per $s = 2, 3, 4$ in $[-1, 1]^2$ usando come parametro di forma $\epsilon = 10$ (da introdurre opportunamente nelle definizioni qui sotto)

$$\begin{array}{lll} s = 2 & s = 3 & s = 4 \\ \hline J_0(\|x\|) & \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin(\|x\|)}{\|x\|} & \frac{J_1(\|x\|)}{\|x\|} \end{array}$$

dove J_p è la *funzione di Bessel di primo tipo di ordine p*, che in Matlab si chiama `besselj(p, z)` (dove `z` è un array di punti su cui valutare la funzione).

- Le funzioni di *Matérn* per tre diversi valori di β in $[-1, 1]^2$, con parametro di forma $\epsilon = 10$

$$\begin{array}{lll} \beta = \frac{s+1}{2} & \beta = \frac{s+3}{2} & \beta = \frac{s+5}{2} \\ \hline e^{-\|x\|} & (1 + \|x\|) e^{-\|x\|} & (3 + 3\|x\| + \|x\|^2) e^{-\|x\|} \end{array}$$

- Le funzioni *multiquadratiche generalizzate* $\Phi(x) = (1 + \|x\|^2)^{-\beta}$, $s < 2\beta$, in $[-1, 1]^2$, nei due seguenti casi (usando $\epsilon = 5$): $\beta = 1/2$ (che corrisponde alla multiquadratica inversa di Hardy) e $\beta = 1$ (che corrisponde alla quadrica inversa).
- Le funzioni *potenze troncate* $\Phi(x) = (1 - \|x\|_+^l)^l$ nei casi $l = 2, 4$ (in $[-1, 1]^2$).
- Le funzioni *potenziali di Wittaker* sempre nel quadrato in $[-1, 1]^2$, per diverse scelte dei parametri α e k , con $\beta = 1$

α	$k = 2$	$k = 3$
0	$\frac{\beta - \ x\ + \ x\ e^{-\beta/\ x\ }}{\beta^2}$	$\frac{\beta^2 - 2\beta\ x\ + 2\ x\ ^2 - 2\ x\ ^2e^{-\beta/\ x\ }}{\beta^3}$
1	$\frac{\beta - 2\ x\ + (\beta + 2\ x\)e^{-\beta/\ x\ }}{\beta^3}$	$\frac{\beta^2 - 4\beta\ x\ + 6\ x\ ^2 - (2\beta\ x\ + 6\ x\ ^2)e^{-\beta/\ x\ }}{\beta^4}$

2. Come per l'esercitazione del 12 marzo 2012, s'interpoli la funzione di Franke su una griglia di 20×20 punti di Chebyshev con funzioni di Poisson e/o di Matérn. Valutare anche l'errore RMSE.

Ricordo che il link dove trovare i files delle funzioni Matlab è:

<http://www.math.unipd.it/~demarchi/TAA2010>