Teoria dell'Approssimazione e Applicazioni, A.A. 2011/12

Esercitazione di laboratorio del 7 maggio 2012

Prof. Stefano De Marchi

1 Esercitazione proposta

- Ricordo che l'*approssimante di Shepard* è

$$\mathcal{P}_f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N} f(\mathbf{x}_i) \frac{w(\mathbf{x}_i, \mathbf{x})}{\sum_{j=1}^{N} w(\mathbf{x}_i, \mathbf{x})}\,, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^s\,. \tag{1}$$

In $\mathbb{R}^2$, si considerino le funzioni peso

$$w_1(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) = \mathrm{e}^{-\epsilon^2 \|\mathbf{x}-\mathbf{x}_i\|}\,, \ \ \texttt{gaussiana, globale}$$

$$w_2(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) = (1 - \epsilon\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|)_+^4 (4\epsilon\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\| + 1)\,, \ \ \texttt{Wendland, locale}$$

e si voglia approssimare la `funzione di Franke`, campionata su punti equispaziati di $[0, 1]^2$.

1. **Caso non-stazionario**. Usando $\epsilon = 3$, si produca per ognuna delle funzioni peso, una tabella

	stazionario			non-stazionario	
N	RMS-errors	r	N	RMS-error	r
3					
5					
9					
17					
33					
65					

dove N indica il numero di punti equispaziati in *ciascuna direzione spaziale* (quindi complessivamente saranno N^2) e r l'ordine di convergenza determinato usando la formula

$$r_k = \frac{\ln(e_{k-1}/e_k)}{\ln(h_{k-1}/h_k)}, \quad k = 2, 3, \ldots \tag{2}$$

dove e_k indica il RMS-error per l'esperimento k-esimo e h_k la *fill-distance* corrispondente.

Si noti, che per punti uniformemente distribuiti il rapporto delle fill-distances è sempre 2.

Infine, gli errori RMS si possono calcolare su una griglia di riferimento 40×40 di punti equispaziati su $[0, 1]^2$.

2. **Caso stazionario**. Partendo da $\epsilon = 3$, lo si moltiplichi per il fattore 2 ad ogni dimezzamento della fill-distance.

   Si dovrebbe verificare che il metodo di Shepard, nel caso stazionario, ha un ordine $\mathcal{O}(h)$.

• Ripetere i calcoli con la funzione `f=f+0.03*rand(size(f))` ovvero con la funzione di Franke perturbata. In particolare, nel caso stazionario usare i valori $\epsilon = 48$ e $\epsilon = 12$.

Usare i programmi `Shepard2D.m` e `Shepard_CS.m` per fare i calcoli richiesti.

Ricordo che il link dove trovare i files delle funzioni Matlab è:
`http://www.math.unipd.it/~demarchi/TAA2010`