

Corso di TAA, AA 2011/12: scritto
Università di Padova
Prof. Stefano De Marchi
Padova, 25 luglio 2012

Il candidato dovrà scrivere su **ogni** foglio il cognome, nome. I fogli su cui scrivere saranno forniti dal docente.

1. Provare il seguente teorema:

Sia A matrice di ordine N simmetrica e CDP di ordine 1. Sia inoltre $P = [1, \dots, 1]^T$ vettore colonna di N componenti. Allora il sistema

$$\begin{bmatrix} A & P \\ P^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ 0 \end{bmatrix}$$

ammette un'unica soluzione.

2. Le potenze radiali, $\Phi(x) = \|x\|^\beta$, $x \in \mathbb{R}^s$, $0 < \beta \notin 2\mathbb{N}$, sono SCDP, ma di che ordine? Inoltre, perchè nella definizione si escludono i valori pari di β ?
3. Nell'analisi di stabilità delle interpolazioni (con RBF) si usa spesso il *numero di condizionamento* di A con $A_{i,j} = \Phi(x_i - x_j)$, $x_k \in \mathbb{R}^s$. Nel caso di matrice simmetrica e usando norma 2 tale numero si esprime usando gli autovalori massimo λ_M e minimo λ_m di A . Si forniscano un *upper-bound* per λ_M e un *lower-bound* per λ_m , quest'ultimo in funzione di q_X , ottendo quindi un bound per il numero di condizionamento di A .
4. Si descriva il funzionamento dell'algoritmo di *knot-removal* (o di riduzione dei dati) per approssimazioni adattative ai minimi quadrati.
5. Per la ricostruzione di una superficie 3-dimensionale definita come nuvola di punti si usa un algoritmo, quale?
6. Il problema di migliorare il condizionamento di una base radiale CDP è strettamente connesso con il problema di trovare un reproducing kernel dell'associato spazio nativo. Si faccia vedere come costruire un sifatto (reproducing) kernel κ , come si esprime l'interpolante P_f usando κ e come si determinano i coefficienti dell'interpolante P_f .

◊◊

Tempo massimo: 2 ore.