Prima prova del corso di TAA, AA 2012/13

Università di Padova

Prof. Stefano De Marchi

`Padova, 21 giugno 2013`

Il candidato dovrà scrivere su **ogni** foglio il cognome, nome. I fogli su cui scrivere saranno forniti dal docente.

1. Dopo aver ricordato la definizione di *funzione completamente monotona* (FCC), si faccia vedere che la funzione gaussiana e la funzione multiquadrica inversa sono FCC.

2. Perchè sono state introdotte le funzioni *condizionatamente definite positive*? Si dimostri che nel caso di riproduzione della funzioni costanti, il sistema lineare corrispondente (a blocchi) è non singolare.

3. Si ricordi la costruzione delle funzione a supporto compatto di Wendland. In particolare fornire le espressioni esplicite per le funzioni di Wendland $\mathcal{C}^0$ e $\mathcal{C}^2$.

4. Si dimostri il seguente teorema: "*Let $\mathcal{H}$ be a reproducing kernel Hilbert function space with reproducing kernel $K : \Omega \times \Omega \to \mathbb{R}$. Then K is positive definite. Moreover, K is strictly positive definite if and only if the point evaluation functionals δ_x are linearly independent in $\mathcal{H}^*$.*"

5. Si dimostri il primo risultato di ottimalità delle interpolazioni RBF nel caso di kernels strettamente DP
$$\|P_f\|_{\mathcal{N}_\Phi} = \min_{\substack{g \in \mathcal{N}_\Phi \\ g(x_i) = f(x_i),\ i=1:N}} \|g\|_{\mathcal{N}_\Phi}$$
dove x_i sono punti distinti d'interpolazione e P_f è l'interpolante di f su punti x_i.

6. Cos'è una *quasi-interpolante*? Si discuta dell' equivalenza tra ll'approccio standard e quello di Backus-Gilbert per *moving least-squares*.

◊◊

Tempo massimo: 2 ore.