

PROVA PRATICA di ANALISI MATEMATICA II

Università di Verona

Dott. S. De Marchi

Verona, 15 luglio 2004

Il candidato dovrà scrivere su **ogni** foglio il cognome, nome, numero di matricola. I fogli su cui scrivere saranno forniti dal docente.

1. (Vale 2 punti.) Si dimostri che è continua la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} y \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

2. (Vale 6 punti.) Si consideri

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(y-1)x + (y-1)^2 + x^2}{(y-1)^2 + x^2} & (x, y) \neq (0, 1) \\ 1 & (x, y) = (0, 1) \end{cases}$$

f è continua in $(0,1)$? Esiste $\frac{\partial f}{\partial x}$ in $(0,1)$? f è differenziabile in $(0,1)$?

3. (Vale 8 punti.) Si trovi il minimo e massimo assoluto di $f(x, y) = x^3 + y^3 - 8(x^2 + y^2)$ sull'insieme $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 = c, c \in \mathbb{R}_+\}$.
4. (Vale 4 punti.) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y(x)y'(x) = \frac{\log(x)}{x} \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

5. (Vale 6 punti.) Calcolare

$$\int \int_D \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$$

con $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, \frac{\sqrt{3}}{3}x \leq y \leq \sqrt{3}x\}$.

6. (Vale 8 punti.) Si consideri la serie di potenze

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left[x \cos\left(\frac{5\pi(n+1)}{3n}\right) \right]^n$$

- (a) Si trovi il raggio di convergenza della serie.
(b) Si provi che la serie non converge per $x = 2$ (Sugg. calcolare il $\lim_{n \rightarrow \infty}$)

◇◇

Tempo massimo: 3 ore.