

PROVA PRATICA di ANALISI MATEMATICA II

Università di Verona

Dott. S. De Marchi

Verona, 17 settembre 2004

Il candidato dovrà scrivere su **ogni** foglio il cognome, nome, numero di matricola. I fogli su cui scrivere saranno forniti dal docente.

1. (Vale 8 punti.) Si consideri la funzione

$$f(x, y) = y^5 + x^2y - 4x^2 - 15y^3.$$

- Calcolare i massimi e minimi relativi di f .
- Si trovi l'immagine di \mathbb{R}^2 tramite f , ovvero $\text{Im}_f(\mathbb{R}^2)$.

2. (Vale 5 punti.) In quali punti della sfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ il prodotto xyz è massimo?

3. (Vale 3 punti.) Calcolare la derivata di

$$f(x, y) = \arcsin \frac{x}{y}$$

in $A = (\sqrt{3}, -2)$ lungo la direzione individuata dal vettore $\mathbf{r} = (\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$.

4. (Vale 5 punti.) Calcolare l'area della superficie

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq 0, z = 1 - x^2 - y^2\}.$$

5. (Vale 4 punti.) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = e^y \sin(x) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

6. (Vale 8 punti.) Sviluppare in serie di Taylor di punto iniziale $x_0 = 1$ la funzione

$$f(x) = \frac{x-1}{x(x+1)}.$$

Dire anche in quale intervallo vale lo sviluppo trovato.

◇◇

Tempo massimo: 3 ore.