PROVA PRATICA di ANALISI MATEMATICA II

Università di Verona

Dott. S. De Marchi

`Verona, 6 settembre 2004`

Il candidato dovrà scrivere su **ogni** foglio il cognome, nome, numero di matricola. I fogli su cui scrivere saranno forniti dal docente.

1. (*Vale 4 punti.*) Si consideri la funzione

$$f(x, y, z, t) = xyzt + x + y + z + t\,.$$

La funzione è $\mathcal{C}^1$ su tutto $\mathbb{R}^4$? Determinare il differenziale della funzione in $(1, 1, 1, 1)$.

2. (*Vale 6 punti.*) Verificare che la funzione

$$f(x, y) = y^2 + x^2 + y + x + \sin(yx)$$

definisce in $(0, 0)$ una funzione implicita $y = g(x)$. Determinare quindi $g'(0)$.

3. (*Vale 8 punti.*) Sia $f : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ con $D = \{(x, y) : y \geq 0, y \leq x, y \leq 2 - x\}$. Dire se esistono il massimo e minimo di

$$f(x, y) = x^2 + xy$$

su D.

4. (*Vale 4 punti.*) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -\dfrac{y^2}{x} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

5. (*Vale 6 punti.*) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 3y'' + 2y' + 6y = e^x \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 0 \end{cases}$$

6. (*Vale 6 punti.*) Calcolare l'area della superficie di $\mathbb{R}^3$ data dalle condizioni $x^2 + y^2 + z^2 = 2$, $x^2 + y^2 \leq 1$ e $z \geq 0$.(*Sugg.*: trovare una opportuna parametrizzazione per la sfera...)

◊◊

Tempo massimo: 3 ore.