

LABORATORIO DI CALCOLO NUMERICO

Sistemi lineari: I

Università di Verona

Dott. S. De Marchi

Verona, 24 novembre 2004

1. Si consideri la matrice di Hilbert di ordine n (in Matlab, $H=\text{hilb}(n)$, con n scelto a piacere) e il sistema lineare

$$Hx = b.$$

Ora si consideri $x = (1, \dots, 1)^T$. Risolvere $b = Hx$ con un metodo diretto. Si perturbi b per mezzo del vettore $\Delta b = (\epsilon, 0, \dots, 0, \epsilon)^T$. Risolvere

$$H\hat{x} = b + \Delta b.$$

Studiare il condizionamento di H , $\mu(H)$, ricordando che

$$\frac{\|x - \hat{x}\|}{\|x\|} \leq \mu(H) \frac{\|\Delta b\|}{\|b\|}.$$

2. Calcolare la fattorizzazione LU di

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 2 & 0.5 & 2 \\ 1 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 7 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 16 \end{bmatrix}.$$

3. Si consideri la matrice tridiagonale

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & \alpha & 1 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & & & -1 & \alpha \end{bmatrix}.$$

Si costruisca il termine noto \mathbf{b} cosicchè:

$$b_1 = b_n = \alpha + 1, \quad b_i = \alpha + 2, \quad i = 2, \dots, n - 1.$$

Calcolare il raggio spettrale delle matrici di iterazione P_J e P_{GS} (di Jacobi e Gauss-Seidel rispettivamente).

Risolvere quindi il sistema $Ax = b$ con i metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel, partendo dalla soluzione iniziale $x^{(0)} = (1/n, 2/n, \dots, 1)^T$, con $tol = 1.e - 3$, $\alpha = 2, 4$ e $n = 8, 16$.

◇◇

Tempo massimo: 2 ore.