Teoria dei gruppi e applicazioni 2006

27–29 Settembre, Padova

Abstracts

Sottogruppi abeliani regolari del gruppo affine, e anelli radical

Andrea Caranti

(In collaborazione con Francesca Dalla Volta e Massimiliano Sala.) Nel gruppo affine su uno spazio vettoriale, le traslazioni formano un sottogruppo abeliano regolare. Il gruppo affine contiene peró altri sottogruppi abeliani regolari: per esempio nel gruppo simmetrico su 4 elementi, che è isomorfo al gruppo affine sullo spazio vettoriale di dimensione 2 sul campo con 2 elementi, anche i sottogruppi ciclici di ordine 4 sono abeliani e regolari. Mostreremo come i sottogruppi abeliani regolari del gruppo affine corrispondano alle strutture di anello radicale che si possono imporre sullo spazio vettoriale soggiacente.

Una generalizzazione dei gruppi quasi-hamiltoniani

Eleonora Crestani

Iwasawa classifica i gruppi finiti G in cui tutti i sottogruppi V sono permutabili (V permutabile se per ogni sottogruppo U di G si ha $UV = VU$). Tali gruppi sono detti quasi-hamiltoniani.
Una possibile generalizzazione di questo risultato è lo studio di gruppi che soddisfano condizioni sul numero di sottogruppi non permutabili. Viene presentata la classificazione dei gruppi finiti non quasi-hamiltoniani in cui i sottogruppi non permutabili hanno tutti lo stesso ordine.

Azioni transitive minimali per gruppi risolubili

Francesca Dalla Volta

Un gruppo di permutazioni su X è transitivo minimale se è transitivo su X e ogni suo sottogruppo proprio non è transitivo. Vengono presentate alcune proprietá per le azioni transitive minimali di gruppi finiti, e in particolare alcuni teoremi che permettono di ridursi a considerare azioni di grado minore.

Gruppi con condizioni di normalità sui sottogruppo non-abeliani

Maria De Falco

Due importanti teoremi di B.H. Neumann caratterizzano i gruppi in cui tutti i sottogruppi hanno indice finito nella loro chiusura normale e quelli in cui tutti i sottogruppi hanno un numero finito di coniugati; inoltre Romalis e Sesekin hanno studiato i gruppi in cui i sottogruppi non-abeliani sono normali. Qui si illustrano risultati riguardanti i gruppi in cui i sottogruppi non-abeliani verificano le condizioni di normalità generalizzata studiate da Neumann.

Sui gruppi X-transitivi

Costantino Delizia

Sia X una classe gruppale. Ad ogni gruppo G si può associare il grafo $G(X)$, i cui vertici sono gli elementi non identici di G, e due vertici distinti x ed y sono collegati da un lato se il sottogruppo generato da x ed y è nella classe X. Si descrive la struttura dei gruppi finiti risolubili-transitivi, supersolubili-transitivi e nilpotenti-transitivi. Come naturale generalizzazione, si studiano classi di gruppi infiniti policiclici-transitivi.

Normalizzanti di sottogruppi subnormali nei gruppi infiniti

Fausto De Mari

Sia G un gruppo. Il *sottogruppo di Wielandt* $\omega(G)$ di G è definito come l'intersezione dei normalizzanti dei sottogruppi subnormali di G. Se $G = \omega(G)$, allora ogni sottogruppo subnormale di G è normale e G è un *T-gruppo.* La struttura dei T-gruppi risolubli è nota ed essa è stata descritta da W. Gaschütz nel caso finito e da D.J.S. Robinson nel caso infinito.

Chiaramente, più "piccolo" è il quoziente $G/\omega(G)$ e più G si avvicina ad avere la proprietà T. In questa comunicazione si discute di alcune condizioni che imposte ai normalizzanti dei sottogruppi subnormali di G assicurano la finitezza del quoziente $G/\omega(G)$.

Sulle classi di coniugio di sottogruppi massimali.

Francesco Fumagalli

Si mostra una completa caratterizzazione dei gruppi finiti risolubili in termini della struttura combinatoria del loro "frame" (ovvero del poset i cui elementi sono le classi di coniugio dei sottogruppi del gruppo).

Profinite groups with a rational probabilistic zeta function.

Andrea Lucchini

We discuss finiteness properties of a profinite group G whose probabilistic zeta function $P_G(s)$ is rational. In particular we prove that if $P_G(s)$ is rational and G has a finite number of non-alternating and non-abelian composition factors in a given composition series, then $G/\mathrm{Frat(G)}$ is finite.

HN come gruppo di bicaratteristica $(2, 5)$

Mario Mainardis

Nel progetto di revisione del Teorema di Classificazione dei Gruppi Semplici Finiti di Gorenstein, Lyons e Solomon molti dei grandi gruppi sporadici vengono caratterizzati come gruppi di bicaratteristica (2,3). Analoghe caratterizzazioni di tali gruppi possono ottenersi usando diverse coppie di numeri primi. In questa comunicazione si espone un lavoro scritto in collaborazione con Clara Franchi e Ronald Solomon in cui si caratterizza il gruppo sporadico di Harada-Norton come gruppo di bicaratteristica (2,5).

Gruppi con pochi sottogruppi non-normali

Carmen Musella

La struttura dei gruppi con tutti i sottogruppi normali ben nota. I gruppi in cui ogni sottogruppo non-abeliano normale sono stati considerati da Romalis e Sesekin negli anni sessanta, e nel 1981 Bruno e Phillips hanno descritto

i gruppi in cui ogni sottogruppo non-(localmente nilpotente) normale. Pi recentemente, Franciosi, de Giovanni e Newell hanno classificato i gruppi localmente graduati con i sottogruppi non-normali policiclici. Il nostro scopo quello di descrivere i gruppi localmente graduati con un numero finito di sottogruppi non-normali e non-policiclici. Tale problema anche suggerito da un articolo del 1990 di Hekster e Lenstra, in cui sono considerati i gruppi con un numero finito di sottogruppi non-normali.

Pushing up point stabilizers

Gemma Parmeggiani

Siano p un primo ed L un gruppo finito di caratteristica p (ossia tale che $C_L(O_p(L)) \leq O_p(L)$). Se S è un p-sottogruppo di Sylow di L, il sottogruppo $P_L(S) = C_L(\Omega_1 Z(S))$ è detto lo stabilizzatore di un punto di L.

Il problema del "pushing up"degli stabilizzatori di punti è stabilire quanti siano i fattori principali non centrali di L in $O_p(L)$ nell'ipotesi che nessun sottogruppo non banale caratteristico in $O_p(P_L(S))$ sia normale in L.

Discuteró questo problema quando $L/O_p(L) \cong SL_n(q), Sp_{2n}(q), G_2(q)$, dove q è una potenza di p e $p = 2$ nell'ultimo caso.

Irreducible constituents of monomial representations

Andrea Previtali

We describe an algorithm to obtain the central primitive idempotents of the algebra associated to a monomial representation. As a consequence, we obtain its irreducible constituents. This is implemented in MAGMA, using an algorithm based on Dixonś modular approach. In the case of permutation representations, we get a simplified version of algorithms of Michler and Weller.

Considerations on just-non-PC groups

Francesco Russo

A group G is said to be a PC-group if $G/C_G(x^G)$ is polycyclic-by-finite for each $x \in G$. In a similar way G is said to be a CC-group if $G/C_G(x^G)$ is Chernikov for each $x \in G$. PC-groups and CC-groups are classes of generalized FC-groups. After the initial works of Ya.D.Polovicky, the knowledge about PC-groups and CC-groups has been concluded only in the last twenty years by S.Franciosi, F.de Giovanni, L.Kurdachenko, J.Otal, M.Tomkinson. A just-non-PC group is a group which is not a PC-group, but whose proper quotients are PC-groups. It is known how to classify just-non-FC groups and just-non-CC groups, but many problems happen with the classification of just-non- PC groups. L.Kurdachenko and J.Otal opened the question about the structure of just-non-PC groups. We note that a just-non-PC group with a unique minimal normal subgroup is an extension of its Fitting subgroup.

Algebre gruppali con lunghezza derivata forte di Lie minimale

Ernesto Spinelli

Sia KG l'algebra gruppale di un gruppo G su di un campo K. Consideriamo l'algebra di Lie ad essa associata ponendo $[a, b] := ab - ba$ per ogni $a, b \in KG$. Poniamo $\delta^{(0)}(KG) := \delta^{[0]}(KG) := KG$ e definiamo induttivamente $\delta^{[n+1]}(KG) := [\delta^{[n]}(KG), \delta^{[n]}(KG)]$, dove questo simbolo denota il sottogruppo additivo generato da tutti i commutatori di Lie $[a, b]$ con $a, b \in \delta^{[n]}(KG)$, e $\delta^{(n+1)}(KG)$ come l'ideale associativo generato da $[\delta^{(n)}(KG), \delta^{(n)}(KG)]$. KG è detto *fortemente Lie risolubile* se esiste un intero n tale che $\delta^{(n)}(KG) = 0$; in questo caso, il minimo intero m tale che $\delta^{(m)}(KG) = 0$ è detto la *lunghezza derivata forte di Lie* di KG e denotata con $dl^L(KG)$. In maniera simile definiamo la *lunghezza derivata di Lie* di KG, denotata con $dl_L(KG)$. Chiaramente $\delta^{[n]}(KG) \subseteq \delta^{(n)}(KG)$ per ogni intero non-negativo n, quindi un'algebra gruppale KG fortemente Lie risolubile è Lie risolubile e $dl_L(KG) \leq dl^L(KG)$.

A. Shalev, in [4], stabilí che, se KG è un'algebra gruppale non-abeliana fortemente Lie risolubile su di un un campo di caratteristica positiva p, allora

$$\lceil \log_2(p + 1) \rceil \leq dl_L(KG),$$

dove il primo membro della disuguaglianza denota la parte intera superiore del $\log_2(p + 1)$. Inoltre, come osservato in [4], tale limitazione è la migliore possibile. Infatti, sia G un gruppo nilpotente il cui sottogruppo dei commutatori ha ordine p, allora $dl_L(KG) = \lceil \log_2(p + 1) \rceil$. Per mezzo di un risultato di [1], in tal caso questo è anche il valore di $dl^L(KG)$. Quindi la limitazione inferiore di Shalev è la migliore possibile anche per la lunghezza derivata forte di Lie di un'algebra gruppale.

Qui noi caratterizziamo le algebre gruppali fortemente Lie risolubili su di un campo di caratteristica positiva p la cui lunghezza derivata forte di Lie sia $\lceil \log_2(p + 1) \rceil$. Tale risultato include quelli di [2] e [3].

Come conseguenza, siamo in grado di individuare una nuova famiglia di algebre gruppali KG per cui $dl_L(KG) = \lceil \log_2(p+1) \rceil$ che non compare in [4].

References

[1] Catino, F., Spinelli, E.: *A note on strong Lie derived length of group algebras*, Boll. UMI, in stampa.

[2] Levin, F., Rosenberger, G.: *Lie metabelian group rings*, Group and Semigroup Rings, Elsevier Science Publishers B.V., North Holland (1986), 153-161.

[3] Sahai, M.: *Lie solvable group algebras of derived length three*, Publ. Mat. **39** (1995), 233-240.

[4] Shalev, A.: *The derived length of Lie soluble group rings I*, J. Pure and Appl. Algebra **78** (1992), 291-300.

[5] Spinelli, E.: *Group algebras with minimal strong Lie derived length*, Canad. Math. Bull., in stampa.

The Fitting Submodule

Bernd Stellmacher

Let G be a finite group, p a prime divisor of $|G|$, and $O_p(G) = 1$, and let V be a finite faithful GF$(p)G$-module.

It will be shown that there exists a submodule $F(V)$ in V that has properties analogue to those the generalized Fitting subgroup of a finite group has. For example, it is a faithful G-module, and it is "quasi-semisimple" as a G-module.

Sui gruppi di Bell

Antonio Tortora

Un gruppo G si dice un "gruppo n-Bell" se $[x^n, y] = [x, y^n]$ per ogni $x, y \in G$, o piú in generale un "gruppo di Bell" se è n-Bell per qualche intero $n \neq 0, 1$. Esempi di gruppi n-Bell sono i "gruppi n-abeliani" e i "gruppi n-Levi" ossia i gruppi che soddisfano rispettivamente le identitá $(xy)^n = x^n y^n$ e $[x^n, y] = [x, y]^n$. In letteratura esistono vari risultati che evidenziano le proprietá dei gruppi n-Bell e, in particolare, dei gruppi n-Bell localmente graduati. L'oggetto della comunicazione sará la stretta connessione tra i gruppi n-Bell e quelli n-nilpotenti.

Su alcune classi di gruppi localmente graduati.

Maria Tota

Come è noto, la classe dei gruppi localmente graduati, molto estesa e ampiamente trattata in letteratura, non è chiusa per quozienti. Si intendono presentare risultati legati ad alcune particolari classi di gruppi localmente graduati e condizioni sufficienti perchè immagini omomorfe di gruppi localmente graduati risultino, a loro volta, localmente graduate.

Carter subgroups of finite groups

Evgenii Vdovin

We give a complete classification of Carter subgroups in finite groups. We also prove by using the classification of finite simple groups that in every finite group Carter subgroups are conjugate.

On the relation module of a finite group

Thomas Weigel

Let $\pi\colon F_r \to G$ be a finite free presentation of a finite group G. The abelian group $\bar{r}(\pi) := ker(\pi)/[ker(\pi), ker(\pi)]$ is called the *relation module of* π. Although one know its rank by Schreierś formula and its stable isomorphism type thanks to the work of K.W.Gruenberg, it is still quite misterious. In the talk we will present a structure theorem based on the duality principle for free groups.