

Automati e Linguaggi Formali

Introduzione a Linguaggi regolari e automi a stati finiti

01 Ottobre 2014

A.A. 2014-2015
Enrico Mezzetti
emezzett@math.unipd.it



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Automati a stati finiti

- Gli **automati a stati finiti** sono usati come modello per
 - Analizzatori lessicali di un compilatore
 - Software per la progettazione di circuiti digitali.
 - Ricerca di parole chiave in un file o sul web.
 - Software per verificare sistemi a stati finiti, come protocolli di comunicazione.
- Insieme finito di **stati**
 - Informazione (parziale) della storia del sistema

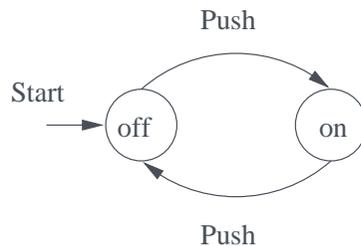


Automati e Linguaggi Formali – A.A. 2014-2015
Docente: Enrico Mezzetti

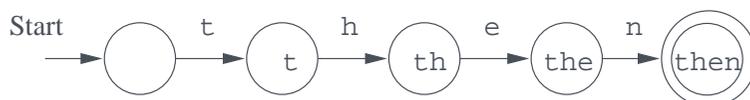
2 of 8

Esempi di automi

- Semplice interruttore on/off



- Riconoscitore della stringa then



Rappresentazioni strutturali

- **Grammatiche** (manipolazione strutture ricorsive)
 - Ad es, *parser*
 - Regole ricorsive:
 $E \Rightarrow E + E$
 $Coda \Rightarrow Persona.Coda$
- **Espressioni regolari** (strutture di dati, stringhe)
 - ' [A-Z] [a-z]* [] [A-Z] [A-Z]' ▶ Ithaca NY
x Palo Alto CA
- Quale espressione e' compatibile con Palo Alto CA?
' [A-Z] [a-z]* ([] [A-Z] [a-z]*) * [] [A-Z] [A-Z] '



Automati e Linguaggi Formali – A.A. 2014-2015
Docente: Enrico Mezzetti

3 of 8



Automati e Linguaggi Formali – A.A. 2014-2015
Docente: Enrico Mezzetti

4 of 8

Concetti di base della Teoria degli automi

- **Alfabeto** → insieme **finito** e **non vuoto** di simboli
 - Esempi: $\Sigma = \{0, 1\}$ alfabeto binario
 - $\Sigma = \{a, b, c, \dots, z\}$ lettere minuscole
 - $\Sigma = \{0, 1, 2, \dots, 7F\}$ caratteri ASCII in base hex
- **Stringa** (parola) → sequenza **finita** di simboli da un alfabeto
 - Esempi: $0011001, 111 \in \Sigma = \{0, 1\}$
 - $0011002, 01a \notin \Sigma = \{0, 1\}$
- Caso speciale **stringa vuota** (notazione ϵ)
 - Stringa con zero occorrenze di simboli da Σ
 - Appartiene a qualsiasi alfabeto
- **Lunghezza di una stringa**
 - Numero di *posizioni* per i simboli nella stringa (non # simboli!)
 - $|w|$ → lunghezza di w
 - Quindi: $|0110| = 4, |\epsilon| = 0$



Alfabeti e stringhe

- **Potenze di un alfabeto**
 - Σ^k = insieme delle stringhe di lunghezza k con simboli da Σ
 - Esempio per $\Sigma = \{0, 1\}$
 - $\Sigma^0 = \{\epsilon\}$
 - $\Sigma^1 = \{0, 1\}$
 - $\Sigma^2 = \{00, 01, 10, 11\}$
 - $\Sigma^3 = ?$
- **Insiemi notevoli**
 - $\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \dots$
 - $\Sigma^+ = \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \dots$
 - Quindi vale anche $\Sigma^* = \Sigma^+ \cup \epsilon$
- **Concatenazione**
 - Se x e y sono stringhe $\Rightarrow xy$ e' stringa ottenuta facendo seguire ad una istanza di x un'istanza di y
 - $x = a_1a_2 \dots a_i, y = b_1b_2 \dots b_j \Rightarrow xy = a_1a_2 \dots a_ib_1b_2 \dots b_j$
 - Esempio: $x = 01101, y = 110, xy = 01101110$
 - ϵ e' 'identita' per la concatenazione ($x\epsilon = \epsilon x = x$)



Linguaggi

- **Linguaggio** → insieme di stringhe scelte da Σ^*
 - Se Σ e' alfabeto, e $L \subseteq \Sigma^*$, allora L e' un *linguaggio su* Σ
- Esempi di linguaggi:
 - Insieme delle parole italiane
 - Insieme dei programmi C legali
 - Insieme delle stringhe che consistono di n 0 seguiti da n 1
 - $\{\epsilon, 01, 0011, 000111, \dots\}$
 - Insieme delle stringhe con un numero uguale di 0 e 1
 - $\{\epsilon, 01, 10, 0011, 0101, 1001, \dots\}$
 - Insieme dei numeri binari il cui valore e' primo
 - $L_P = \{10, 11, 101, 111, 1011, \dots\}$
 - Il *linguaggio vuoto* \emptyset (per ogni Σ)
 - Il linguaggio $\{\epsilon\} \neq \emptyset$
- Nota: alfabeto Σ e' sempre **finito**
(linguaggio puo' comprendere un numero infinito di stringhe)



Problemi in teoria degli automi

- **Problema** → stringa w e' un elemento di un linguaggio L ?
 - Es: decidere se un numero binario e' primo
 - $11101 \in L_P?$
 - Che risorse computazionali sono necessarie per rispondere a questa domanda?
- Problemi solitamente oltre la risposta si/no
 - ad es. il processo di elaborazione di un output a partire da un input come in un parser per un programma C
 - Non solo "il programma e' corretto?"
 - In caso positivo, deve anche produrre un albero di parsing
- Problema di appartenenza a linguaggio comunque cruciale in teoria della complessita'
 - Se possiamo mostrare che determinare l'appartenenza a L_X e' un problema complesso \Rightarrow allora lo sara' anche fare il parsing di programmi scritti in X

