Corso di laurea: Ingegneria Meccanica
Programma di **Analisi Matematica I** – a.a. 2020/2021
Docente: Fabio Paronetto

Gli argomenti denotati con un asterisco tra parentesi (e solo quelli) sono stati dimostrati.

28.9.2020 Introduzione al corso: informazioni generali e breve presentazione dei prerequisiti e dei contenuti del corso.

Qualche elemento di teoria degli insiemi, unione, intersezioni, sottrazione e prodotto cartesiano. Insieme delle parti di un insieme. Insiemi numerici $\mathbf{N}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}$. Connettivi logici. Costruzione delle proposizioni $P \vee Q$, $P \wedge Q$, connessione con unione ed intersezione di insiemi, tabelle di verità delle proposizioni $P \vee Q$ e $P \wedge Q$.

30.9.2020 Proposizioni $\neg P$, $P \Rightarrow Q$, $P \Leftrightarrow Q$. Le proposizioni $\neg Q \Rightarrow \neg P$ e $\neg P \vee Q$ sono equivalenti a $P \Rightarrow Q$. Quantificatori: $\forall$, $\exists$, !. Negazione di alcune proposizioni. Qualche esempio.

Numeri reali - Assiomi che sono soddisfatti sia da $\mathbf{Q}$ che da $\mathbf{R}$ (proprietà associativa, commutativa, distributiva di addizione e moltiplicazione, esistenza di un elemento neutro sia rispetto all'addizione che alla moltiplicazione, esistenza di opposto ed inverso, assiomi riguardanti la relazione d'ordine).
Fattorizzazione in primi, numeri coprimi fra loro. Esistono numeri che non sono razionali, ad esempio $\sqrt{2}$ $(*)$, da cui la necessità di introdurre i numeri reali.

1.10.2020 Modulo (o valore assoluto) di un numero reale e sue proprietà (in particolare: disuguaglianza triangolare e conseguenze) $(*)$. Sottoinsiemi di $\mathbf{R}$: intervalli, intorni (o palle), definizioni di insieme superiormente limitato, inferiormente limitato, definizione di insieme aperto, insieme chiuso. Esempi.
Definizione di maggiorante, minorante, massimo, minimo per un insieme. Esempi e commenti. Definizione di estremo superiore e di estremo inferiore per un insieme limitato e non vuoto. Assioma di completezza. Se $a = \min A$ allora $a = \inf A$ $(*)$ (analogamente se $a = \max A$ allora $a = \sup A$) . Caratterizzazione dell'estremo superiore e dell'estremo inferiore per un insieme limitato $(*)$. Esempi.

2.10.2020 Proprietà archimedea dei numeri reali. Se $c \geqslant 0$ soddisfa $c < \epsilon$ per ogni $\epsilon > 0$ allora $c = 0$ $(*)$. Parte intera di un numero reale. L'insieme $\mathbf{Q}$

è denso in $\mathbf{R}$ (due formulazioni equivalenti) $(*)$. Un esempio di un sottoinsieme di $\mathbf{Q}$ che non ammette estremo superiore in $\mathbf{Q}$. Definizione di punto di accumulazione.

Esempi ed esercizi su estremo superiore ed inferiore e punti di accumulazione.

5.10.2020 Esempi ed esercizi su estremo superiore, estremo inferiore e punti di accumulazione.

Principio di induzione: varie formulazioni, esempi. Cosa significa essere induttivo. Esempi. Somma dei primi n interi $(*)$.

7.10.2020 Esercizi sull'induzione. Disuguaglianza di Bernoulli $(*)$. Binomio di Newton $(*)$.
La media geometrica di n numeri positivi è minore o uguale della loro media aritmetica $(*)$.
Altri esempi ed esercizi di dimostrazione per induzione.

Funzioni: definizione di funzione, funzioni iniettive, suriettive, biiettive. Immagine di una funzione.

8.10.2020 Funzioni: funzioni invertibili. Composizione tra funzioni. Esempi di corrispondenze iniettive, suriettive, biiettive. Insiemi equipotenti e cardinalità di un insieme: insiemi con cardinalità finita e non. Esiste una corrispondenza biunivoca tra l'insieme $\mathbf{N}$ dei numeri naturali e $\mathbf{Z}$, insieme dei numeri interi $(*)$.
Esiste una corrispondenza biunivoca tra l'insieme $\mathbf{N}$ dei numeri naturali dei numeri razionali $\mathbf{Q}$ $(*)$.
Non esiste una corrispondenza biunovoca tra l'insieme tra $\mathbf{N}$ e $\mathbf{R}$.

Funzioni reali di una variabile reale: funzioni crescenti, strettamente crescenti, decrescenti, strettamente decrescenti. Funzioni elementari: potenze ad esponente naturale, radici n-esime, potenze ad esponente razionale.

9.10.2020 Funzioni monotòne, strettamente monotòne. Iniettività e invertibilità delle funzioni strettamente monotòne. Funzione inversa: se f è strettamente monotona è invertibile; anche f^{-1} è strettamente monotona e invertibile. La funzione esponenziale sui razionali e sui reali. Proprietà e biiettività della funzione ($a > 0$, $a \neq 1$)

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{R} & \longrightarrow & (0, +\infty) \\ x & \mapsto & a^x \end{array}$$

Logaritmo $\log_a$ come inversa della funzione precedentemente definita. Proprietà del logaritmo.

La base "e". Funzioni trigonometriche: $\operatorname{sen}, \cos, \operatorname{tg}$ e loro grafici. Principali formule trigonometriche per la funzioni seno e coseno.
Definizione di arcsen, arccos, arctg e loro grafici.
Qualche esercizio su semplici grafici di composizione di funzioni.

12.10.2020 Conseguenze della biiettività della funzione ($a > 0$, $a \neq 1$): cambiamento di base nelle funzioni esponenziali e nei logaritmi. Funzioni iperboliche e loro grafici.
Manipolazione di grafici: qualche grafico di funzioni ottenute componendo o invertendo funzioni note e manipolando grafici noti.

Qualche esercizio su disuguaglianze.

14.10.2020 Manipolazione di grafici: esercizi su funzioni iniettive ed invertibili, calcolo esplicito di qualche inversa.

Successioni - Definizione di successione, definizione di limite per una successione, successioni convergenti, divergenti, regolari, indeterminate. Unicità del limite.
Esempi. Calcolo e verifica di qualche limite semplice. Commenti sul legame tra limite e punti di accumulazione di una successione ed estremo inferiore (ed estremo superiore).

15.10.2020 Esempi di verifica di qualche semplice limite. Definizione di sottosuccessione di una successione data. Data una successione che ammette limite, ogni sua sottosuccesione ammette lo stesso limite (∗). Teorema della permanenza del segno (∗). Successioni limitate. Ogni successione convergente è limitata (∗). Teorema dei due carabinieri (∗). Operazioni con i limiti: limite della somma e del prodotto di due successioni.

16.10.2020 Teorema del confronto (∗). Successioni monotone. Una successione monotone ammette limite (∗). Le successioni limitate ammettono sottosuccessioni convergenti (∗).
Se ℓ è un punto di accumulazione per $\{a_n\}_n$ allora esiste una sottosuccessione $\{a_{n_k}\}_k$ convergente ad ℓ.
Alcuni limiti: $\lim_{n\to+\infty} p(n)$ con p polinomio, $\lim_{n\to+\infty} \frac{p(n)}{q(n)}$, p e q polinomi; $\lim_{n\to+\infty} a^n$ con $a \in \mathbf{R}$. Criterio del rapporto per successioni; $\lim_{n\to+\infty} \frac{a^n}{n^k}$ con $a > 1$ e $k > 0$; $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n} = 1$; $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{a} = 1$ per ogni $a > 0$.

19.10.2020 Alcuni limiti: $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n!} = +\infty$ (∗), $\lim_{n\to+\infty} a^n/n! = 0$ ($a \in \mathbf{R}$) (∗), $\lim_{n\to+\infty} \log n = +\infty$ (∗), $\lim_{n\to+\infty} \frac{\log n}{n} = 0$ (∗), formula di Stirling nella formulazione $\lim_{n\to+\infty} \frac{n!}{n^n e^{-n}\sqrt{2\pi n}} = 1$.
Ogni successione limitata ammette una sottosuccessione convergente (∗).

Commento: cosa può succedere se $\lim_{n\to+\infty}(a_n - b_n) = 0$. Successioni di Cauchy: una successione è convergente se e solo se è di Cauchy. Condizioni equivalenti ad essere di Cauchy.
Le successioni $a_n = (1+\frac{x}{n})^n$ sono strettamente monotone per $x > 0$ e definitivamente strettamente monotone per $x < 0$ $(*)$. In particolare le due successioni $a_n = (1+\frac{1}{n})^n$ e $b_n = (1-\frac{1}{n})^{-n}$ sono strettamente monotone $(*)$. Vale $a_n \leqslant b_k$ per ogni $n \geqslant 1$ e $k \geqslant 2$ $(*)$; in particolare la successione $\{a_n\}_n$ è superiormente limitata, la successione $\{b_n\}_n$ è inferiormente limitata. Il numero e come limite di $(1+\frac{1}{n})^n$ per $n \to +\infty$.

21.10.2020 Anche $\lim_{n\to+\infty}(1-\frac{1}{n})^{-n} = e$ $(*)$. Data $\{a_n\}_n$ con $\lim_n a_n = +\infty$ si ha $\lim_n(1+\frac{1}{a_n})^{a_n} = e$ $(*)$. La successione $(1+\frac{x}{n})^n$ converge ad e^x, $x \in \mathbf{R}$.

Limiti notevoli: data $\{a_n\}_{n\in\mathbf{N}}$ successione tale che $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$ e $a_n \neq 0$ valgono: $\lim_{n\to+\infty} \frac{\operatorname{sen} a_n}{a_n} = 1$, $\lim_{n\to+\infty} \frac{1-\cos a_n}{a_n^2} = \frac{1}{2}$, $\lim_{n\to+\infty} \frac{e^{a_n}-1}{a_n} = 1$, $\lim_{n\to+\infty} \frac{b^{a_n}-1}{a_n} = \log b$, $\lim_{n\to+\infty} \frac{\log_e(1+a_n)}{a_n} = 1$, $\lim_{n\to+\infty} \frac{(1+a_n)^p-1}{a_n} = p$ per ogni $p > 0$.

Primi esercizi sui limiti.

22.10.2020 Esercizi sui limiti.

23.10.2020 Serie numeriche - Introduzione. Definizione. Carattere di una serie: serie convergenti, divergenti, indeterminate. Serie geometrica. Criterio di Cauchy per le serie $(*)$. Condizione necessaria affinché una serie $\sum a_n$ converga è che $\lim_n a_n = 0$ $(*)$. Il viceversa è falso: esempio è la serie armonica. La serie armonica non converge $(*)$. Serie telescopiche: esempi.
La serie armonica diverge a $+\infty$: la somma $\sum_{n=2^{k-1}+1}^{2^k} \frac{1}{n} \geqslant \frac{1}{2}$ $(*)$ e stima $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \geqslant \sum_{k=1}^{n} \log(1+\frac{1}{k}) = \log(n+1)$ $(*)$. Stima di $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$ anche dall'alto con $c\,\log(n+1)$ $(*)$.

26.10.2020 Serie geometrica: scrittura in forma razionale di qualche numero con parte decimale periodica.
Operazioni con le serie.
Serie a termini positivi - Criteri del confronto $(*)$, del confronto asintotico $(*)$. Esempi: la serie $\sum \frac{1}{n^\alpha}$ converge per $0 < \alpha < 1$ (confronto con la serie armonica), la serie $\sum \frac{1}{n^\alpha}$ converge per $\alpha \geqslant 2$ (confronto con la serie $\sum \frac{1}{n(n+1)}$).
Criterio del rapporto $(*)$ e suo corollario $(*)$, della radice n-esima e suo corollario $(*)$.
Se esiste il limite $\lim_n \frac{a_{n+1}}{a_n}$ allora esiste anche $\lim_n \sqrt[n]{a_n}$ e i due limiti sono uguali. Il viceversa (in generale) non è vero.

28.10.2020 Se esiste il limite $\lim_n \frac{a_{n+1}}{a_n}$ allora esiste anche $\lim_n \sqrt[n]{a_n}$ e i due limiti sono uguali. Il viceversa (in generale) non è vero: esempio. Criterio di condensazione di Cauchy $(*)$. Commenti. Serie armonica generalizzata. Criterio di Leibniz $(*)$. Serie a segno variabile: convergenza assoluta. Se una serie converge assolutamente converge anche semplicemente.

29.10.2020 Esercizi sulle serie.

30.10.2020 Definizione di limite per funzioni da D in $\mathbf{R}$ per $x \to x_o$, x_o di accumulazione per D. Definizione di intorno di $x \in \overline{\mathbf{R}}$. Esempi.
Proprietà elementari dei limiti di funzioni: unicità del limite, locale limitatezza per funzioni che ammettono limiti finito, caratterizzazione del limite per funzioni monotone. Caratterizzazione del limite tramite successioni $(*)$. Esempi di limiti che non esistono: $\lim_{x\to+\infty} \operatorname{sen} x$ $(x \in \mathbf{R})$ $(*)$, $\lim_{n\to+\infty} \operatorname{sen} n$ $(n \in \mathbf{R})$ $(*)$. Teorema della permanenza del segno, criterio del confronto, teorema dei due carabinieri. Operazioni con i limiti.

2.11.2020 Limiti notevoli: $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$, $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$, $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ $(*)$, $\lim_{x\to 0} \frac{\log_e(1+x)}{x} = 1$ $(*)$, $\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^p - 1}{x} = p$ $(*)$ per ogni $p > 0$; $\lim_{x\to+\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ $(*)$. Principali confronti tra quantità infinitesime o infinite. Esercizi sui limiti.

4.11.2020 Esercizi sui limiti.
Funzioni continue: definizione, confronto con la definizione di limite, continuità da destra e da sinistra. Esempi di funzioni continue e non. Discontinuità: eliminabile, di prima specie, di seconda specie. Esempi. Estensione di una funzione per continuità, anche solo da destra o solo da sinistra. Le funzioni elementari sono continue, somma e prodotto di funzioni continue sono continui, il reciproco di una funzione continua, quando definito, è continuo. La composizione di funzioni continue è continua.

5.11.2020 Teorema della permanenza del segno $(*)$. Somme, prodotto e quoziente (quando ha senso) di funzioni continue sono continue; composizione di funzioni continue è continua. Teorema degli zeri $(*)$. Teorema dei valori intermedi $(*)$. Esempi, tra i quali: i polinomi di grado dispari hanno almeno una radice reale; la funzione $(0, +\infty) \ni x \mapsto 1/x - x$ ha uno zero. Teorema di Weierstrass $(*)$. Teorema di Rolle per funzioni continue $(*)$. Una funzione continua e invertibile su un intervallo ha l'inversa continua; Una funzione monotona su un intervallo I è continua se e solo se $f(I)$ è un intervallo. Esempi.

Qualche esercizio: continuità, applicazione del teorema degli zeri, applicazione del teorema di Weierstrass e/o Rolle per l'esistenza del minimo (o del massimo) per una funzione f definita in (a, b) con $\lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to b^-} f(x) = +\infty(-\infty)$.

6.11.2020 Derivata: il rapporto incrementale, definizione e significato geometrico. Retta tangente ad un grafico. Derivate destra e sinistra, esempi di funzioni non derivabili in un punto. Una funzione derivabile è continua $(*)$; derivate di somma, prodotto e quoziente di funzioni derivabili $(*)$; derivata della composizione (regola della catena) $(*)$, derivate di alcune funzioni elementari $(*)$.

9.11.2020 Esempi di derivate. Commenti sui legami tra le derivate viste finora e i limiti notevoli. Derivata della funzione inversa $(*)$. Derivate di alcune funzioni inverse $(*)$. Teoremi classici del calcolo differenziale: teorema di Fermat $(*)$. Esempi sul teorema di Fermat. Come trovare il massimo e il minimo di una funzione definita in un intervallo. Qualche esercizio. Teorema di Rolle per funzioni derivabili $(*)$. Controesempi e significato geometrico.

11.11.2020 Teorema di Lagrange $(*)$. Una funzione che ha derivata nulla è costante in ogni intervallo contenuto nel suo dominio $(*)$. Caratterizzazione delle funzioni monotone su intervalli $(*)$. Esercizi sull'applicazione del teorema degli zeri: in particolare i polinomi di grado dispari hanno sempre almeno uno zero reale.
Come cercare di risolvere $f(x) = g(x)$ e mostrare che $f(x) \geqslant g(x)$. Altra dimostrazione della disequazione $e^x \geqslant x + 1$. La disequazione $\log x \geqslant x - 1$.

12.11.2020 Data $f : I \to \mathbf{R}$ derivabile, $f' \geqslant 0$ in $\mathring{I}$ se e solo f è crescente in I $(*)$. Regola di de l'Hôpital. Esempi: quando funziona ed esempi nei quali non funziona. Corollario di de l'Hôpital. Estensioni di funzioni. Derivate di ordine successivo al primo. Funzioni di classe $C^k(I)$ con $k \in \mathbf{N}$. Un esempio di una funzione derivabile la cui derivata non è continua in un punto. Asintoti: verticali, orizzontali, obliqui. Esempi.

13.11.2020 Funzioni concave e convesse: definizione. Esempio: la funzione $f(x) = x^2$ è strettamente convessa. $(*)$.
Caratterizzazione delle funzioni convesse e derivabili $(*)$ ($f(x) \geqslant f(x_o) + f'(x_o)(x - x_o)$ e f' crescente).
Caratterizzazioni delle funzioni convesse tramite la derivata derivata seconda. Commenti ed esempi. Se x_o è un punto critico per una funzione convessa allora x_o è di minimo o assoluto $(*)$. Punto di flesso. Commenti

sul punto di flesso se f è derivabile una volta o due volte.
Inizio dello studio del grafico di una funzione.

16.11.2020 Esercizi su grafici di funzioni.

18.11.2020 Esercizi su grafici di funzioni.

Confronto locale tra funzioni: definizione di "o piccolo" in un punto. Date f e g funzioni, $g(x) \neq 0$ per $x \neq c$, f è $o_c(g)$ se e solo se $\lim_{x\to c} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ $(*)$. Esempi. Operazioni con gli o piccoli di x^n in zero.

19.11.2020 Date f e g funzioni, definizione di "f asintotica a g in un punto c. Definizione di ordine di infinitesimo e di infinito. Non tutte le funzioni hanno un ordine in infinitesimo o di infinito. Esempi.
Sviluppi asintotici. Formula di Taylor con resto di Peano $(*)$.

20.11.2020 Formula di Taylor con resto di Lagrange.
Sviluppi di alcune funzioni elementari nello 0. Tra queste, $f(x) = \operatorname{sen} x$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = e^x$, $f(x) = \log(1 + x)$, $f(x) = (1 + x)^\alpha$ con $\alpha \in \mathbf{R}$.
Approssimazione di alcuni valori tramite somme di Taylor: in particolare il numero e. Esempi ed esecizi su ordine di infinitesimo e limiti con la formula di Taylor.

23.11.2020 Relazione tra i punti stazionari e la derivata seconda $(*)$.
Esercizi con la formula di Taylor: limiti e ordine di infinitesimo.

25.11.2020 Esercizi con la formula di Taylor: limiti e serie. Il numero e come $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!}$.
Integrali: introduzione e motivazione. Calcolo dell'integrale della funzione $x \mapsto x^m$ su un intervallo $[0, a]$ per m naturale, in dettaglio con $m = 2$.

26.11.2020 Integrale secondo Riemann: suddivisone di un intervallo, somme inferiori e superiori per una funzione $f : [a, b] \to [m, M]$ relativamente ad una suddivisione T (denotate rispettivamente con $I_-(f, T)$ e $I_+(f, T)$). Se $T \subset S$, allora $I_-(f, T) \leqslant I_-(f, S)$ e $I_+(f, T) \geqslant I_+(f, S)$. Per ogni T, S suddivisioni vale $I_-(f, T) \leqslant I_+(f, S)$.
Definizione di integrale inferiore ed integrale superiore, funzioni integrabili secondo Riemann. Una caratterizzazione delle funzioni integrabili.
Integrale di funzioni a gradini; Esempio di una funzione non integrabile secondo Riemann (la funzione di Dirichlet).
Proprietà elementari dell'integrale di Riemann: linearità, positività, isotonia.

Uniforme continuità. Le funzioni continue su un intervallo chiuso e limitato sono anche uniformemente continue $(*)$.
Le funzioni continue sono integrabili $(*)$. Le funzioni discontinue in al più un numero finito di punti sono integrabili, le funzioni monotone sono integrabili. Integrali su sottointervalli, integrali orientati.

Lemma della media integrale $(*)$

27.11.2020 Definizione della funzione integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale $(*)$. L'integrale indefinito e primitive elementari. Formula di integrazione per parti $(*)$ ed esercizi. Formula del cambio di variabili $(*)$ ed esercizi.

30.11.2020 Esercizi su integrali con il cambio di variabili. Metodo per l'integrazione di funzioni razionali del tipo $\int \frac{P(x)}{Q(x)}dx$ con P, Q polinomi: casi Q di grado 1 o 2 e P grado minore di quello di Q. Esempi ed esesercizi.
Teorema di fattorizzazione di un polinomio in $\mathbf{R}$ (versione reale del teorema fondamentale dell'algebra).

2.12.2020 Metodo per l'integrazione di funzioni razionali: continuazione.

3.12.2020 Integrali: alcune sostituzioni standard.

Integrali impropri: definizione. Esempi e calcolo esplicito di $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha}dx$ per $\alpha > 0$. Calcolo esplicito di $\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha}dx$ per $\alpha > 0$ in due modi.
Criterio del confronto $(*)$. Esempio.

4.12.2020 Criteri del confronto asintotici $(*)$. Esempi di confronto con $\frac{1}{x^\alpha}$ e con $\frac{1}{x-a}$. Studio di $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2+px+q}dx$. Convergenza dell'integrale $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}\,dx$. Convergenza dell'integrale $\int_{-\infty}^{+\infty} x^t e^{-x}\,dx$ per $t > -1$. La quantità $F(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^t e^{-x}\,dx$ coincide con $n!$ per $t \in \mathbf{N}$. Convergenza assoluta. Se una funzione f è assolutamente integrabile in senso improprio in un intervallo I allora è integrabile in senso improprio nello stesso intervallo I $(*)$.

9.12.2020 Criterio integrale per la convergenza delle serie $(*)$. Esempi. Stima dell'andamento asintotico delle somme parziali di alcune serie divergenti.

Se $f : [a, +\infty) \to \mathbf{R}$ è positiva, decrescente e infinitesima gli integrali $\int_a^{+\infty} f(x)\operatorname{sen} x\,dx$ e $\int_a^{+\infty} f(x)\cos x\,dx$ convergono. La funzione $x \mapsto \frac{\operatorname{sen} x}{x}$ è integrabile in senso improprio in $(0, +\infty)$ $(*)$, ma il suo valore assoluto non è integrabile in senso improprio $(*)$.
Esempi.

10.12.2020 Esercizi sugli integrali impropri.

11.12.2020 Esercizi sugli integrali impropri e studio di funzioni integrali.

Introduzione alle equazioni differenziali: equazioni differenziali ordinarie di grado n, equazioni in forme normali, equazioni autonome. Problema di Cauchy del primo ordine e del secondo ordine. Il dominio della soluzione dipende anche dalle condizioni iniziali: esempio. Formulazione differenziale e formulazione integrale del problema di Cauchy e loro equivalenza $(*)$.
Le soluzioni di $y' = y$ sono tutte, e sole, le funzioni del tipo $y(x) = c\,e^x$, $c \in \mathbf{R}$.

14.12.2020 Le soluzioni di $y' + ay = 0$, a funzione continua, sono tutte, e sole, le funzioni del tipo $y(x) = c\,e^{-At)}$, dove A è una primitiva di a e $c \in \mathbf{R}$. Forma generale di una soluzione dell'equazione $y'+ay = f$, a e f funzioni continue. Esempi ed esercizi.
Funzioni lipschitziane. Teorema di esistenza e unicità per il problema di Cauchy del primo ordine. Esempio di un problema che ammette infinite soluzioni.

16.12.2020 Esercizi. Equazioni a variabili separabili. Esercizi.

Introduzione alle equazioni differenziali di ordine superiore al primo, lineari e a coefficienti costanti.

17.12.2020 Equazioni differenziali di ordine superiore al primo, lineari e a coefficienti costanti: le soluzioni dell'equazione omogenea sono uno spazio vettoriale di dimensione n se l'equazione è di grado n.
Caso $n = 2$: soluzioni dell'equazione omogenea. Esempi. Come trovare le soluzioni della non omogenea per una classe di dati.

18.12.2020 Esercizi sulle equazioni differenziali del secondo ordine a coefficienti costanti.

21.12.2020 Esercizi di approfondimento e ripasso.