

Esercizi su equazioni a variabili separabili

1. Determinare le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = \frac{2xy}{x^2 - 1}$$

con le condizioni iniziali

$$y(0) = 0, \quad y(0) = 2, \quad y(1/2) = 1.$$

2. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (1 + y^2) \ln x \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

(soluzione: $y(x) = \tan(x \ln x - x + 1)$).

3. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = xy^2 \\ y(0) = 5. \end{cases}$$

4. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = e^y \ln x \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

5. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 1 + y^2 \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

6. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{x}{y} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

7. Calcolare le soluzioni del problema di Cauchy

$$y' + 3x^2y^4 = 0$$

con le condizioni iniziali $y(1) = 0$ e $y(1) = 1$.

8. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2 - 1}{x^2 - 1} \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Esercizi su equazioni lineari del primo ordine

1. Sia $y = y(x)$ la soluzione di

$$\begin{cases} y' + \frac{2}{x}y = \frac{2x}{x+1}, & x > 0 \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

Calcolare il $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{x}$.

2. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x} \exp(1/x) \\ y(1) = 1 - e. \end{cases}$$

3. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - \frac{1}{x}y = 21 \frac{x^7}{1+x^7} \\ y(1) = 3 \ln 2. \end{cases}$$

Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{y(x)}{x^8}$.