

Esercizio 1

Calcolare i seguenti limiti, senza utilizzare il metodo dei confronti asintotici:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} [\ln x + \arctan(1/x)] , & \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{\tanh(\operatorname{sen} x) - 3} , \\ \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cot x - \cos x}{(x - \pi/2)^2} , & \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x)^{1/\log_5 x^2} , \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - \cos x}{\ln(1 + 5x) - \operatorname{sen}(3x)} , & \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{1/x} [\operatorname{sen}(1/x) + 2] .\end{aligned}$$

Esercizio 2

Provare che per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ valgono

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{senh}(\alpha x)}{x} = \alpha , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh(\alpha x) - 1}{x^2} = \frac{\alpha^2}{2} .$$

Sugg.: per il secondo ricordare che vale $\cosh^2 t - \operatorname{senh}^2 t = 1$ per ogni $t \in \mathbb{R}$.