

Esercizio 1

Calcolare i seguenti limiti, dove $\alpha > 0$ è un parametro:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x \cos x + 2e^{x^2} + \sinh x^2}{e^{x^2} \ln(2 + 1/x) + e^x \ln x},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} |x|^{3\alpha} + e^{-1/|x|} \ln |x|}{\tan e^{-1/x^2} + 1 - \cos |x|^\alpha}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x + 2 \ln \cosh x^2}{xe^{-x} + x^2 \ln(3 + 1/x) + x \operatorname{sen} x},$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\operatorname{sen} e^{-x} + 1 - \cos(1/x)}{3 \ln(1 + 1/x^2) + x^{-3} \ln x + x^4 e^{-x}}.$$

Esercizio 2

Calcolare l'ordine di infinitesimo in $x = 0$ delle funzioni

$$f(x) = \cos x - \cosh x, \quad g(x) = \ln(1 - \sqrt{|x|}) + \sqrt{|x|}.$$

Calcolare poi l'ordine di infinitesimo di $f \cdot g$ e il

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Esercizio 3

Calcolare, se esiste, l'ordine di infinito delle seguenti funzioni

$$f(x) = (x + \sqrt[3]{x^3 - 1})^3 + \operatorname{sen} x, \quad \text{per } x \rightarrow +\infty,$$
$$f(x) = \frac{1}{|\operatorname{sen} x|} - \frac{1}{|\ln(1 + \sqrt{|x|})|}, \quad \text{per } x \rightarrow 0.$$

Esercizio 4

Si considerino le funzioni

$$f(x) = \operatorname{sen}(1/(\tan^2 x)) - x^{-2} + e^{-x}, \quad g(x) = \sqrt[3]{1 + \operatorname{sen}(1/x^2)} - 1.$$

Si calcoli l'ordine di infinitesimo di $g(x)$ per $x \rightarrow +\infty$ e si dica se $f = o(g)$ o $g = o(f)$ per $x \rightarrow +\infty$.

Esercizio 5

Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente limite esiste finito e diverso da zero:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1 + 2\sqrt{x} \arctan x) - e^{x^{3/2}} + 1}{\sqrt{1 + 3x^\alpha} - 1}.$$