Esercizio 1

Calcolare le derivate delle seguenti funzioni

$$f_1(x) = \frac{\operatorname{sen}\ln(\tan x + x^4) + \cos x^3}{e^{\operatorname{sen} x^2} - \tan x}\,, \qquad f_2(x) = \operatorname{sen}|\ln x - 2| + e^{x^2}\tan|x-2|\,,$$

$$f_3(x) = \frac{(\operatorname{senh}\cot x)\ln x + \cosh|\operatorname{sen} x|}{\ln(x^5\cos x)}\,, \qquad f_4(x) = |\tan x - e^x|\operatorname{sen}\big(\ln x + |x|\big)\,,$$

$$f_5(x) = \tanh\big(x^3 + 2|x|\big) - \ln(|x^3| + 2)\,, \qquad f_6(x) = 3\cot x^4 - 2\ln(x + |x^5|)\operatorname{arcsen} x\,,$$

$$f_7(x) = \frac{\cos|x^2 + \cos x| - e^{|x|+x^2}}{\operatorname{senh}(\tanh x) + x^4}\,, \qquad f_8 = \arctan\big(|\ln x - x| + x^2\arccos x\big)\,,$$

$$f_9(x) = \operatorname{settsenh}(\tan x + \cos^2 x)\,, \qquad f_{10} = \arctan(\operatorname{settcosh} x^2)\big(\ln\cos x + \cos\ln x\big)\,.$$

Sugg.: sfruttare il fatto che $D|x| = \operatorname{sgn} x$ per $x \neq 0$.

Esercizio 2

Trovare $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ affinché la funzione f definita da

$$f(x) = \begin{cases} 2\alpha\arctan(x-1) + \operatorname{arcsen}\dfrac{\sqrt{2}}{|\beta x| + 2} & \text{se} \quad x < 1; \\[2ex] \alpha(x-1) + \arccos\dfrac{1}{x+1} & \text{se} \quad x \geq 1\,, \end{cases}$$

sia derivabile.

Esercizio 3

Individuare i punti di non derivabilità delle seguenti funzioni e studiarne la natura, cioè verificare se si tratta di punti angolosi, flessi a tangente verticale o cuspidi:

$$f_1(x) = |x-1|e^{|x-2|}\,, \qquad f_2(x) = \sqrt{|\ln x - 3|}\,,$$

$$f_3(x) = \arctan\big(x^2 + |\cos x - 1| + 1\big)\,, \qquad f_4(x) = \operatorname{arcsen}\frac{1}{|x-1|+1}\,,$$

$$f_5(x) = \operatorname{settsenh}\big(\operatorname{sen}|x| - 1\big)\,, \qquad f_6(x) = (x-2)\sqrt[4]{e^{|x^2-4|^4} - 1}\,,$$

$$f_7(x) = \begin{cases} |x-3|\ln\big(e^{|x-3|} - 1\big) & \text{se} \quad x \neq 3 \\ 0 & \text{se} \quad x = 3\,, \end{cases} \qquad f_8(x) = \arccos\frac{1}{|x^2-9|^2 + 1}\,,$$