

Facoltà di Ingegneria
CdL Ingegneria Informatica

Prova scritta di Analisi Matematica I – COMPITO A

Lecce, 11.12.2006

1. Dopo aver determinato il dominio naturale della funzione definita dalla seguente espressione analitica:

$$f(x) = \frac{1}{x} \sqrt{|x^2 - 9|}$$

calcolarne la derivata e descrivere il comportamento nei punti di non derivabilità studiando le derivate destra e sinistra.

2. Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + x^2) - \sin x - x^2}{1 - \frac{x^2}{2} - \cos x}.$$

3. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \alpha^{\log k^2}$$

al variare di $\alpha > 0$.

4. Dire se il seguente integrale è convergente:

$$\int_0^{\infty} \arctan \left(\frac{t^2 + 1}{t^3 + 3t + 1} \right) dt.$$

5. Dire se l'equazione

$$z^2 - i\bar{z} + 1 = 0$$

ammette radici complesse ed eventualmente calcolarle.

Facoltà di Ingegneria
CdL Ingegneria Informatica

Prova scritta di Analisi Matematica I – COMPITO B

Lecce, 11.12.2006

1. Dopo aver determinato il dominio naturale della funzione definita dalla seguente espressione analitica:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \sqrt{|4 - x^2|^{1/3}}$$

calcolarne la derivata e descrivere il comportamento nei punti di non derivabilità studiando le derivate destra e sinistra.

2. Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x + x^2) - \cos x + x^3}{\sin(x^2) - x^2 - x^4}.$$

3. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \alpha^{\log \sqrt[3]{k}}$$

al variare di $\alpha > 0$.

4. Dire se il seguente integrale è convergente:

$$\int_0^{\infty} \arctan \left(\frac{t^2}{t^4 + 1} \right) dt.$$

5. Dire se l'equazione

$$z^2 + i\bar{z} + 1 = 0$$

ammette radici complesse ed eventualmente calcolarle.

Facoltà di Ingegneria
CdL Ingegneria Informatica

Prova scritta di Analisi Matematica I – COMPITO C

Lecce, 11.12.2006

1. Dopo aver determinato il dominio naturale della funzione definita dalla seguente espressione analitica:

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \sqrt{|x^4 - 16|}$$

calcolarne la derivata e descrivere il comportamento nei punti di non derivabilità studiando le derivate destra e sinistra.

2. Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(2 - \cos x) - \frac{x^2}{2}}{x \sin(x^3)}.$$

3. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \alpha^{\log \sqrt{k}}$$

al variare di $\alpha > 0$.

4. Dire se il seguente integrale è convergente:

$$\int_0^{\infty} \arcsin \left(\frac{5t^2 + 2t + 1}{9t^3 + 2t + 3} \right) dt.$$

5. Dire se l'equazione

$$z^2 - i\bar{z} - 1 = 0$$

ammette radici complesse ed eventualmente calcolarle.

Facoltà di Ingegneria
CdL Ingegneria Informatica

Prova scritta di Analisi Matematica I – COMPITO D

Lecce, 11.12.2006

1. Dopo aver determinato il dominio naturale della funzione definita dalla seguente espressione analitica:

$$f(x) = \frac{1}{x-2} \sqrt{|x^2 - 4x|}$$

calcolarne la derivata e descrivere il comportamento nei punti di non derivabilità studiando le derivate destra e sinistra.

2. Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\sqrt{1+x}) - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4}}{\sin(x^2) \tan(x^3)}.$$

3. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \alpha^{\log k^3}$$

al variare di $\alpha > 0$.

4. Dire se il seguente integrale è convergente:

$$\int_0^{\infty} \arcsin\left(\frac{t^2}{1+t^4}\right) dt.$$

5. Dire se l'equazione

$$z^2 + i\bar{z} - 1 = 0$$

ammette radici complesse ed eventualmente calcolarle.

Facoltà di Ingegneria
CdL Ingegneria Informatica

Prova scritta di Analisi Matematica I – COMPITO A

Lecce, 8.1.2007

1. Data $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{x-2}$ per $x \geq 2$, $f(x) = -\sqrt{2-x}$ per $x < 2$, disegnare il grafico qualitativo della funzione

$$g : [1, 3] \longrightarrow \mathbf{R}$$
$$x \longmapsto f(x) - x + 2,$$

trovando, se esistono, il massimo e il minimo (assoluti) e i punti di non derivabilità di g .

2. Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 5x + 6)^2}{(e^{(x^2-9)} - 1)^4}.$$

3. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_n \left(\frac{\log(e - \frac{1}{n})}{\alpha} \right)^n,$$

al variare di $\alpha > 0$.

4. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{4}{\sqrt{x+1}(4x+12\sqrt{x+1}+14)} dx$$

5. Dire se l'equazione

$$(z+1)^3 = e^{i\pi/4}$$

ammette radici complesse di modulo maggiore di 3.

Facoltà di Ingegneria
CdL Ingegneria Informatica

Prova scritta di Analisi Matematica I – COMPITO B

Lecce, 8.1.2007

1. Data $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{x+1}$ per $x \geq -1$, $f(x) = -\sqrt{-1-x}$ per $x < -1$, disegnare il grafico qualitativo della funzione

$$g : [-2, 0] \longrightarrow \mathbf{R}$$
$$x \longmapsto f(x) - x - 1,$$

trovando, se esistono, il massimo e il minimo (assoluti) e i punti di non derivabilità di g .

2. Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + x - 6)^2}{(\log(x^2 - 8))^4}.$$

3. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_n \left(\frac{\arccos \frac{1}{n}}{\alpha} \right)^n,$$

al variare di $\alpha > 0$.

4. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{1}{\sqrt{3^x - 9}} dx$$

5. Dire se l'equazione

$$(z - 2)^3 = -1$$

ammette radici complesse di modulo maggiore di 5.

Facoltà di Ingegneria
CdL Ingegneria Informatica

Prova scritta di Analisi Matematica I – COMPITO C

Lecce, 8.1.2007

1. Data $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{x+2}$ per $x \geq -2$, $f(x) = -\sqrt{-2-x}$ per $x < -2$, disegnare il grafico qualitativo della funzione

$$g : [-3, -1] \longrightarrow \mathbf{R}$$
$$x \longmapsto f(x) - x - 2,$$

trovando, se esistono, il massimo e il minimo (assoluti) e i punti di non derivabilità di g .

2. Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x^2 - 3x - 4)^2}{\sqrt{x^2 - 15} - 1}.$$

3. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_n \left(\frac{\operatorname{arctg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{n} \right)}{\alpha} \right)^n,$$

al variare di $\alpha > 0$.

4. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{1}{\sqrt{2^x - 4}} dx$$

5. Dire se l'equazione

$$(z + 2)^4 = -i$$

ammette radici complesse di modulo maggiore di 4.

Facoltà di Ingegneria
CdL Ingegneria Informatica

Prova scritta di Analisi Matematica I – COMPITO D

Lecce, 8.1.2007

1. Data $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{x-1}$ per $x \geq 1$, $f(x) = -\sqrt{1-x}$ per $x < 1$, disegnare il grafico qualitativo della funzione

$$g : [0, 2] \longrightarrow \mathbf{R} \\ x \longmapsto f(x) - x + 1,$$

trovando, se esistono, il massimo e il minimo (assoluti) e i punti di non derivabilità di g .

2. Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 5x + 4)^2}{(\operatorname{arctg}(\operatorname{sen}(x^4 - 1)))^2}.$$

3. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_n \left(\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{n}\right)}{\alpha} \right)^n,$$

al variare di $\alpha > 0$.

4. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{1}{\sqrt{x-1}(4x - 16\sqrt{x-1} + 13)} dx$$

5. Dire se l'equazione

$$(z - 1)^3 = i$$

ammette radici complesse di modulo maggiore di 3.

Facoltà di Ingegneria
CdL Ingegneria Informatica

Prova scritta di Analisi Matematica I

Lecce, 19.3.2007

1. Studiare (determinandone il dominio massimale) la funzione $f(x) = \arccos(\sqrt{|x|} - 1)$, disegnandone il grafico qualitativo e trovando, se esistono, il massimo e il minimo (assoluti) e i punti di non derivabilità.

2. Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x^4 - 1 + \cos x^2}{x^8 + x^4}.$$

3. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_n \left(\sqrt[3]{8n^3 + 3n} - 2n \right)^\alpha$$

al variare di $\alpha > 0$.

4. Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-1}^1 \frac{x^2}{(2+x)(2-|x|)} dx$$

5. Trovare le radici dell'equazione complessa

$$2\sqrt{3}|z|^2 z^2 = 3 + i\sqrt{3}$$

Facoltà di Ingegneria
CdL Ingegneria Informatica

Prova scritta di Analisi Matematica I

Lecce, 16.4.2007

1. Studiare la funzione $f(x) = \operatorname{arctg} |x^2(x^2 - 1)|$, disegnandone il grafico qualitativo e trovando in particolare, se esistono, il massimo e il minimo (assoluti) e i punti di non derivabilità.

2. Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 \log \left(1 + \operatorname{sen}^2 \frac{3}{x^2} \right)}{\sqrt{1 + x^2}}.$$

3. Studiare, al variare del parametro α , la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\operatorname{sen} \left(\operatorname{tg} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right) \right) - \frac{1}{n^2} \right]^{\alpha}.$$

4. Calcolare il seguente integrale

$$\int_2^3 \frac{1}{2y} \frac{1}{\sqrt{y-2}} dy.$$

5. Considerato il polinomio $p(z) = z^4 + z^3 - 11z^2 + z - 12$ calcolare $p(i)$ dopodiché trovare le radici dell'equazione complessa $p(z) = 0$.

Facoltà di Ingegneria
CdL Ingegneria Informatica

Prova scritta di Analisi Matematica I

Lecce, 28.6.2007

1. Studiare la funzione $f(x) = \frac{1}{3}x^3\sqrt{1-x^2}$, disegnandone il grafico qualitativo e trovando in particolare, se esistono, il massimo e il minimo (assoluti) e i punti di non derivabilità.

2. Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + x^3} - \operatorname{sen} x}{\operatorname{tg}(x + x^2)}.$$

3. Studiare, al variare del parametro $\alpha \geq 0$, la serie

$$\sum_n n^2 \left(\operatorname{tg} \frac{1}{n} + \operatorname{sen} \frac{\sqrt[3]{2}}{n} - \frac{\alpha}{n} \right)$$

4. Studiare, ed eventualmente calcolare, il seguente integrale

$$\int_0^{+\infty} e^{-2x} \sqrt{1 - e^{-4x}} dx.$$

5. Trovare le soluzioni complesse dell'equazione

$$(z - 1)^4 + 16 = 0.$$

Facoltà di Ingegneria
CdL Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica I

Lecce, 12.7.2007

1. Studiare la convergenza del seguente integrale al variare del parametro $\alpha \geq 4$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 4x + \alpha} dx.$$

2. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[1 - \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right]$$

3. Dire se esiste ed eventualmente calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos(2\pi + x))}{\operatorname{sen}^2 x}$$

4. Sapendo che $1 + i$ e $2 - i$ sono radici del seguente polinomio complesso $p(z) = z^5 - 12z^4 + 51z^3 - 108z^2 + 118z - 60$, dire se p ammette radici puramente reali e/o puramente immaginarie.
5. Studiare la funzione $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{\left| \frac{x-2}{x+2} \right|}$, disegnandone il grafico qualitativo e trovando in particolare, se esistono, il massimo e il minimo (assoluti) e i punti di non derivabilità.

Facoltà di Ingegneria
CdL Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica I

Lecce, 10.9.2007

1. Calcolare il seguente integrale

$$\int_3^5 \frac{\log(x^2 - 4)}{x^3} dx.$$

2. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left[\operatorname{sen} \left(n\pi + \frac{1}{\log n} \right) \right]^n$$

3. Dire se esiste ed eventualmente calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{arctg} x^2}{x^\alpha}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

4. Dire se il seguente sistema di equazioni ammette soluzioni $z \in \mathbf{C}$

$$\begin{cases} |z - 2| = 1, \\ |z - 2 - 3i| = 2 \end{cases}$$

ed eventualmente trovarle tutte.

5. Studiare la funzione $f(x) = |e^{2x} - 3e^x + 2|$, disegnandone il grafico qualitativo e trovando in particolare, se esistono, il massimo e il minimo (assoluti), massimi e minimi relativi e i punti di non derivabilità.