Facoltà di Ingegneria

CdL Ingegneria Informatica

Prova scritta di Analisi Matematica I

Lecce, 19.3.2008

La parte obbligatoria del compito è fatta dagli esercizi numerati da 1 a 4. L'esercizio facoltativo può essere svolto solo dopo aver svolto completamente i primi quattro esercizi; il suo mancato svolgimento non altera la valutazione.

Non è consentito l'uso di calcolatrici, calcolatori, testi o appunti.

1. Studiare la funzione
$$f(x) = \operatorname{arctg} \left| \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} \right| .$$
In particolare trovare, se esistono, il massimo e il minimo assoluto e studiare la derivata prima di f, descrivendo il comportamento nei punti, se esistono, di non derivabilità studiando i limiti destro e sinistro della derivata prima; fare l'analogo negli estremi dell'intervallo (se questi sono finiti).

   Disegnare poi, qualitativamente, il grafico di $x \mapsto \operatorname{sen} f(x)$.

2. Calcolare
$$\int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{2-x}{2x}}\, dx \,.$$

3. Studiare il seguente integrale improprio
$$\int_0^1 \frac{1}{\log\left(\frac{\operatorname{sen} x}{x}\right)} dx \,.$$

4. Scrivere lo sviluppo di Taylor nel punto 0 fino all'ordine quattro della seguente funzione
$$f(x) = \log\left(2-\cos^2 x\right) .$$

Esercizio facoltativo - Calcolare
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\displaystyle\int_1^x \log\left(t+e^t+\operatorname{sen}\frac{1}{t}\right) dt}{\displaystyle\int_0^x t \operatorname{arctg} t \, dt} \,.$$