Cognome e nome

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
 2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, testi o appunti, con l'eccezione dei libri di testo consigliati.
 3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.
-

1. Studiare la convergenza delle serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\sqrt[3]{1 + \frac{3}{n^2}} - 1 \right) \sqrt{n}; \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\sqrt[3]{8n^3 + 3n} - 2n \right)^\alpha$$

($\alpha \in \mathbf{R}$). (7 punti)

2. Calcolare gli integrali definiti:

$$\int_0^1 \frac{x^2}{4-x^2} dx, \quad \int_{-1}^1 \frac{x^2}{(2+x)(2-|x|)} dx.$$

(7 punti)

3. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t^3 \log \left(1 + \frac{3}{t^2} \right)}{\sqrt{t^2 + 1}}, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha \left(\log \left(1 + \frac{3}{t^2} \right) - 3 \operatorname{sen} \frac{1}{t^2} \right)$$

($\alpha \in \mathbf{R}$) (7 punti)

4. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{2-x}{1 + \log |x-2|},$$

e in particolare: dominio, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti, asintoti, crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. (9 punti)

5. Data la funzione di due variabili $f(x, y) = 4xy^2 - x - 3y$, determinarne i punti critici e classificarli. Inoltre trovare massimo e minimo assoluti nel quadrato di vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$ e $(0, 1)$. (6 punti)

Cognome e nome

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
 2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, testi o appunti, con l'eccezione dei libri di testo consigliati.
 3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.
-

1. Studiare la convergenza delle serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left(\sqrt[3]{1 + \frac{2}{n+1}} - 1\right)}{\sqrt{n}}; \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\left(\sqrt[3]{27n^3 + n} - 3n\right)^\alpha}$$

$(\alpha \in \mathbf{R})$. (7 punti)

2. Calcolare gli integrali definiti:

$$\int_0^1 \frac{x^2}{x^2 - 9} dx, \quad \int_{-1}^1 \frac{x^2}{(|x| - 3)(x + 3)} dx.$$

(7 punti)

3. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{t^6 + 1} \left(\cos \frac{2}{t} - 1\right)}{t}, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha \left(\left(\cos \frac{2}{t} - 1\right) + 2 \operatorname{sen} \frac{1}{t^2} \right)$$

$(\alpha \in \mathbf{R})$. (7 punti)

4. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x + 1}{\log |x + 1| + 1},$$

e in particolare: dominio, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti, asintoti, crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. (9 punti)

5. Data la funzione di due variabili $f(x, y) = 9x^2y + 3x - y$, determinarne i punti critici e classificarli. Inoltre trovare massimo e minimo assoluti nel quadrato di vertici $(0, 0)$, $(-1, 0)$, $(-1, 1)$ e $(0, 1)$. (6 punti)