

Cognome e nome

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

17-18 gennaio;

19-20 gennaio;

23-24 gennaio.

Note

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.

2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo.

3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \ln \frac{20x}{2x^2 + 3},$$

e in particolare: dominio, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi ed eventuali asintoti, crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. Infine, utilizzando quando fatto per $f(x)$, disegnare schematicamente il grafico di

$$g(x) = \left| \ln \frac{20x}{2x^2 + 3} \right|.$$

(8 punti)

2. Calcolare gli integrali

$$\int_1^3 f(x) dx, \quad \int_0^1 f(x) dx,$$

dove $f(x)$ è la funzione definita al precedente esercizio n. 1. (7 punti)

3. Ordinare i seguenti infinitesimi, per $x \rightarrow 0^+$:

$$f(x) = x^2 \ln x, \quad g(x) = \frac{x - \sin x + x^6}{\sqrt{x}},$$

$$h(x) = \sqrt{1+x^2} - \sqrt[3]{1+x^2}, \quad k(x) = x + x^2 \ln x.$$

(7 punti)

4. Al variare del parametro x , studiare la convergenza delle due serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\operatorname{ch} \frac{x}{n} - \cos \frac{2}{n} \right); \quad \sum_{n=1}^{+\infty} (\ln x)^n (3^n + n).$$

(7 punti)

5. Data la funzione

$$f(x, y) = 3\sqrt{x^2 + y^2} - (1-x)^2,$$

a) calcolarne i punti critici;

b) classificarli;

c) trovare il piano tangente al suo grafico nel punto $(1, 1, 3\sqrt{2})$;

d) calcolare, se esistono, le derivate parziali nell'origine. (7 punti)

Cognome e nome

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

17–18 gennaio;

19–20 gennaio;

23–24 gennaio.

Note

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.

2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo.

3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \ln \frac{3x^2 + 1}{8x},$$

e in particolare: dominio, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi ed eventuali asintoti, crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. Infine, utilizzando quando fatto per $f(x)$, disegnare schematicamente il grafico di

$$g(x) = \left| \ln \frac{3x^2 + 1}{8x} \right|.$$

(8 punti)

2. Calcolare gli integrali

$$\int_1^2 f(x) dx, \quad \int_0^1 f(x) dx,$$

dove $f(x)$ è la funzione definita al precedente esercizio n. 1. (7 punti)

3. Ordinare i seguenti infinitesimi, per $x \rightarrow 0^+$:

$$f(x) = \frac{x^2}{\ln x}, \quad g(x) = \frac{x^2}{\ln x} + x,$$

$$h(x) = \frac{\ln(1+x^2) - x^2 + x^6}{\sqrt{x}}, \quad k(x) = \sqrt[3]{1-x^2} - \sqrt{1-x^2}.$$

(7 punti)

4. Al variare del parametro x , studiare la convergenza delle due serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(e^{\frac{x}{n^2}} - \cos \frac{3}{n} \right); \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\ln x)^n}{2^n + n + 1}.$$

(7 punti)

5. Data la funzione

$$f(x, y) = (1 - y)^2 - 4\sqrt{x^2 + y^2},$$

a) calcolarne i punti critici;

b) classificarli;

c) trovare il piano tangente al suo grafico nel punto $(1, 1, -4\sqrt{2})$;

d) calcolare, se esistono, le derivate parziali nell'origine. (7 punti)