

Cognome e nome
 Note

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
 2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo.
 3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.
-

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{2x + |x + 1|}},$$

e in particolare: dominio, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi ed eventuali asintoti, crescita e decrescenza. Disegnarne un grafico qualitativo. Lo studio della derivata seconda è facoltativo. (9 punti)

2. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\ln x + 3}{x(\ln x + 1)^3},$$

calcolare

$$\int f(x) dx, \quad \int_1^{+\infty} f(x) dx, \quad \int_0^{e^{-2}} f(x) dx.$$

Dire se è finito l'integrale

$$\int_0^{+\infty} f(x) dx.$$

(7 punti)

3. Ordinare i seguenti infinitesimi, per $x \rightarrow 0^+$:

$$f(x) = x \ln(1 + 3x^2), \quad g(x) = x \ln(2 + 3x^2), \\ h(x) = x \ln(1 + 3x^{-2}), \quad k(x) = 3 \operatorname{sen} x^3 - x \ln(1 + 3x^2).$$

(7 punti)

4. Al variare dei parametri $\alpha \in \mathbf{R}$, $\beta \geq 0$, studiare la convergenza delle due serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2}{3 + 5n + n^{2 \cos \alpha}}; \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\ln n)^\beta \operatorname{arctg} n}{3 + 5n + n^{2 \cos \alpha}}.$$

(7 punti)

5. Data la funzione

$$f(x, y) = x^4 - 8y^3 - 4x^2 - 12y^2,$$

- a) calcolarne i punti critici;
- b) classificarli;
- c) trovare il piano tangente al suo grafico nel punto corrispondente a $(x, y) = (1, -1)$.

(6 punti)

Cognome e nome
 Note

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
 2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo.
 3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.
-

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{2x - |x + 1|}},$$

e in particolare: dominio, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi ed eventuali asintoti, crescita e decrescenza. Disegnarne un grafico qualitativo. Lo studio della derivata seconda è facoltativo. (9 punti)

2. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\ln x + 5}{x(\ln x + 2)^3},$$

calcolare

$$\int f(x) dx, \quad \int_1^{+\infty} f(x) dx, \quad \int_0^{e^{-3}} f(x) dx.$$

Dire se è finito l'integrale

$$\int_0^{+\infty} f(x) dx.$$

(7 punti)

3. Ordinare i seguenti infinitesimi, per $x \rightarrow 0^+$:

$$f(x) = x \ln(1 + 2x^3), \quad g(x) = x \ln(3 + 2x^3),$$

$$h(x) = x \ln(1 + 2x^{-3}), \quad k(x) = 2\operatorname{sh} x^4 - x \ln(1 + 2x^3).$$

(7 punti)

4. Al variare dei parametri $\alpha \in \mathbf{R}$, $\beta \geq 0$, studiare la convergenza delle due serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3}{1 + 4n + n^{\operatorname{tg} \alpha}}; \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\ln n)^\beta \operatorname{arctg} n}{1 + 4n + n^{\operatorname{tg} \alpha}}.$$

(7 punti)

5. Data la funzione

$$f(x, y) = 8x^4 - y^3 - 32x^2 - 6y^2,$$

- a) calcolarne i punti critici;
- b) classificarli;
- c) trovare il piano tangente al suo grafico nel punto corrispondente a $(x, y) = (-1, 1)$.

(6 punti)