

Cognome e nome
 Note

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
 2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo.
 3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.
-

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{|\operatorname{tg} x + \sqrt{3}|}{|\operatorname{tg} x| - 1},$$

dire quante sono le soluzioni dell'equazione

$$f(x) = \lambda$$

in ogni periodo della funzione, al variare di $\lambda \in \mathbf{R}$. (8 punti)

2. Dire per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ converge ciascuno degli integrali impropri

$$\int_3^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{(x-2)^\alpha} dx, \quad \int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{x^\alpha} dx, \quad \int_1^3 \frac{\operatorname{arctg} x}{|x-2|^\alpha} dx,$$

e calcolare il primo per $\alpha = 2$. (8 punti)

3. Data la funzione

$$f(x, y) = e^{3x-y}(x^2 - y^2),$$

calcolarne i punti critici e classificarli. Successivamente calcolarne gli estremi assoluti nel triangolo (chiuso) di vertici $(0, 0)$, $(1, -1)$, $(-1, -1)$. (7 punti)

4. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, studiare la convergenza delle due serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{\alpha n}}{5n^2 + 2n^{3/2} + 1}; \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n + \operatorname{arctg} n}{5n^2 + 2n^\alpha + 1}.$$

(7 punti)

5. Calcolare l'estremo inferiore e l'estremo superiore delle seguenti successioni:

$$a_n = \frac{1}{3n^2 + 5}, \quad b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{a_n}, \quad c_n = 2^{(-1)^n a_n}.$$

(6 punti)

Cognome e nome
 Note

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
 2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo.
 3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.
-

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{|\operatorname{tg} x - 1|}{|\operatorname{tg} x| - \sqrt{3}},$$

dire quante sono le soluzioni dell'equazione

$$f(x) = \lambda$$

in ogni periodo della funzione, al variare di $\lambda \in \mathbf{R}$. (8 punti)

2. Dire per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ converge ciascuno degli integrali impropri

$$\int_4^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{(x-3)^\alpha} dx, \quad \int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{x^\alpha} dx, \quad \int_2^4 \frac{\operatorname{arctg} x}{|x-3|^\alpha} dx,$$

e calcolare il primo per $\alpha = 2$. (8 punti)

3. Data la funzione

$$f(x, y) = e^{-x-3y}(x^2 - y^2),$$

calcolarne i punti critici e classificarli. Successivamente calcolarne gli estremi assoluti nel triangolo (chiuso) di vertici $(0, 0)$, $(-1, -1)$, $(-1, 1)$. (7 punti)

4. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, studiare la convergenza delle due serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{-\alpha n}}{3n^2 + 5n^{1/2} + 1}; \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n + \log n}{3n^2 + 5n^\alpha + 1}.$$

(7 punti)

5. Calcolare l'estremo inferiore e l'estremo superiore delle seguenti successioni:

$$a_n = \frac{1}{2n^2 + 3}, \quad b_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{a_n}, \quad c_n = 3^{(-1)^n a_n}.$$

(6 punti)