Cognome e nome

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

12–13 gennaio;

15–17 gennaio.

Note

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Al variare del parametro reale α , trovare l'ordine di infinitesimo, per $x \rightarrow 0^+$, della funzione

$$f_\alpha(x) = \ln(1 - \alpha x \operatorname{sen} x) - e^{-x^2} + 1;$$

dire inoltre per quali α converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} (n + 5 \ln^2 n) f_\alpha(1/n)$. (7 punti)

2. Dire per quali $\alpha > 0$ converge l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}(x-2)}{(x^\alpha + \alpha)^2} dx,$$

e calcolarlo per $\alpha = 1$. (8 punti)

3. Trovare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^3 y - 2y^2 + 3x^2 y.$$

(6 punti)

4. Studiare la funzione

$$f(x) = \arccos(\sqrt{|x|} - 1),$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. (8 punti)

5. Data la funzione

$$f(x) = -2x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \gamma,$$

trovare tutti i valori di α, β, γ (se esistono) che rendono vera (separatamente) ciascuna delle seguenti proprietà a), b), c), d),

- a) f ammette un punto di minimo relativo per $x = 2$ e un punto di flesso per $x = 6$;
- b) f ammette un punto di massimo relativo per $x = 2$ e un punto di flesso per $x = 6$;
- c) f ammette asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$;
- d) f è strettamente decrescente nel suo dominio.

(7 punti)

Cognome e nome

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

12–13 gennaio;

15–17 gennaio.

Note

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Al variare del parametro reale α , trovare l'ordine di infinitesimo, per $x \rightarrow 0^+$, della funzione

$$f_\alpha(x) = \ln(1 + \operatorname{tg} x^2) + \alpha(1 - \cos(2x));$$

dire inoltre per quali α converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} (3n - 4 \ln^2 n) f_\alpha(1/n)$. (7 punti)

2. Dire per quali $\alpha > 0$ converge l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}(x+1)}{(x+\alpha)^\alpha} dx,$$

e calcolarlo per $\alpha = 2$. (8 punti)

3. Trovare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = 2xy^3 - xy^2 + 3x^2.$$

(6 punti)

4. Studiare la funzione

$$f(x) = \arcsen(1 - \sqrt{|x|}),$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. (8 punti)

5. Data la funzione

$$f(x) = 3x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \gamma,$$

trovare tutti i valori di α, β, γ (se esistono) che rendono vera (separatamente) ciascuna delle seguenti proprietà a), b), c), d),

- a) f ammette asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$;
- b) f ammette un punto di massimo relativo per $x = 1$ e un punto di flesso per $x = 5$;
- c) f ammette un punto di minimo relativo per $x = 1$ e un punto di flesso per $x = 5$;
- d) f è strettamente crescente nel suo dominio.

(7 punti)