

Cognome e nome

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, testi o appunti, con l'eccezione dei libri di testo consigliati.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile**. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la convergenza delle serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \operatorname{sen} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 5}}; \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n!)^2 x^{2n}}{(2n)!}$$

 $(x \in \mathbf{R})$. (7 punti)

2. Calcolare gli integrali:

$$\int \operatorname{arctg} \frac{3}{x} dx, \quad \int \frac{\operatorname{sen}(2x) + \operatorname{sen} x}{\cos^3 x + 4 \cos x} dx.$$

(7 punti)

3. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^4 + n^3} - \sqrt{n^4 - 7n^3}}{n}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + 3e^{x^2})}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^8 \ln(1 + 3e^{-x^2}).$$

(7 punti)

4. Studiare la funzione

$$f(x) = (x - 1)(\ln |x - 1| - 2)^2,$$

e in particolare: dominio, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti, asintoti, crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. (9 punti)

5. Calcolare gli sviluppi di MacLaurin fino al 10^0 grado delle funzioni

$$f(x) = \ln(3 - 2 \cos x^2), \quad g(x) = \frac{\ln(3 - 2 \cos x^2)}{1 + 2 \operatorname{sen} x^3}.$$

(6 punti)

Cognome e nome

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
 2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, testi o appunti, con l'eccezione dei libri di testo consigliati.
 3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile**. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.
-

1. Studiare la convergenza delle serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 4}}; \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n+1)! y^{2n}}{(n!)^2}$$

($y \in \mathbf{R}$). (7 punti)

2. Calcolare gli integrali:

$$\int \operatorname{arctg} \frac{2}{x} dx, \quad \int \frac{\operatorname{sen}(2x) - \cos x}{\operatorname{sen} x + 9 \operatorname{sen}^3 x} dx.$$

(7 punti)

3. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^4 + 3n^3} - \sqrt{n^4 - 2n^3}}{n}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{10} \ln(1 + 2e^{-x^3}), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + 2e^{x^3})}{x^3}.$$

(7 punti)

4. Studiare la funzione

$$f(x) = (\ln |2 - x| - 2)^2 (2 - x),$$

e in particolare: dominio, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti, asintoti, crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. (9 punti)

5. Calcolare gli sviluppi di MacLaurin fino all'8° grado delle funzioni

$$f(x) = \ln(3 - 2e^{x^3}), \quad g(x) = \frac{\ln(3 - 2e^{x^3})}{1 - 2 \operatorname{sen} x^2}.$$

(6 punti)