ANALISI MATEMATICA - Ingegneria Aerospaziale PROVA PRATICA ♣ (25/3/2006)

Cognome e nome ....

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \operatorname{sh}^3 x - 18\,|\operatorname{sh} x|\,,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi ed eventuali asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. *(8 punti)*

---

2. Dire per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ converge l'integrale improprio

$$\int_3^{+\infty} \frac{x^2+1}{(x-2)^6}\left(\operatorname{sen}\frac{1}{x^2}\right)^{\alpha} dx\ ,$$

e successivamente calcolarlo per $\alpha = 0$. *(7 punti)*

---

3. Scrivere i numeri complessi

$$z = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^{11}\ , \qquad w = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^{11}\left(\sqrt{2} - i\sqrt{2}\right)^{6}$$

sia in forma trigonometrica che nella forma $a+ib$. Successivamente scrivere le radici seste di w (solo in forma trigonometrica) e disegnarle nel piano complesso. *(6 punti)*

---

4. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, studiare la convergenza delle due serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\sqrt{3}\operatorname{tg}\alpha)^n}{3n^2 - 3\sqrt{n} + 2}\,; \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2+\alpha}{2n^3+n^{\alpha}}\,.$$

(8 punti)

---

5. Calcolare l'estremo inferiore e l'estremo superiore delle seguenti successioni:

$$a_n = \frac{\pi n}{2n+5}\,, \qquad b_n = \operatorname{sen}\frac{\pi n}{2n+5}\,, \qquad c_n = (-1)^n \operatorname{sen}\frac{\pi n}{2n+5}\,.$$

(7 punti)

ANALISI MATEMATICA - Ingegneria Aerospaziale PROVA PRATICA ♢ (25/3/2006)

Cognome e nome ....

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = |\operatorname{sh} x|^3 + 24 \operatorname{sh} x \,,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi ed eventuali asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. *(8 punti)*

---

2. Dire per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ converge l'integrale improprio

$$\int_4^{+\infty} \frac{x^2+4}{(x-3)^6} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right)^\alpha dx \,,$$

e successivamente calcolarlo per $\alpha = 0$. *(7 punti)*

---

3. Scrivere i numeri complessi

$$z = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)^{13} \,, \qquad w = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)^{13} \left(1 - i\sqrt{3} \right)^5$$

sia in forma trigonometrica che nella forma $a + ib$. Successivamente scrivere le radici quinte di w (solo in forma trigonometrica) e disegnarle nel piano complesso. *(6 punti)*

---

4. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, studiare la convergenza delle due serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2 \operatorname{sen} \alpha)^n}{4n^2 + 3 \log n - 1} \,; \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3n + \alpha}{n^2 + n^\alpha} \,.$$

(8 punti)

---

5. Calcolare l'estremo inferiore e l'estremo superiore delle seguenti successioni:

$$a_n = \frac{\pi n}{2n+1} \,, \qquad b_n = \cos \frac{\pi n}{2n+1} \,, \qquad c_n = (-1)^n \cos \frac{\pi n}{2n+5} \,.$$

(7 punti)