

Cognome e nome .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

21 dicembre;                       22 dicembre;                       9–10 gennaio;                       15–16 gennaio.

Note .....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Al variare del parametro reale  $x$ , studiare la convergenza della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3^n + n^3)(2 - \ln x)^n}{n^5}$  ;  
 studiare inoltre la convergenza assoluta e quella semplice della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{2n}{n^2 + 4 \ln n}$  .  
*(7 punti)*

2. Dire per quali  $\alpha \in \mathbf{R}$  converge l'integrale

$$\int_3^{+\infty} \left( \operatorname{arctg} \frac{x}{x^2 - 2} \right)^\alpha dx .$$

Calcolare inoltre

$$\int \operatorname{arctg} \frac{x}{x^2 - 2} dx .$$

*(7 punti)*

3. Ordinare i seguenti infinitesimi, per  $x \rightarrow 0^+$ :

$$f(x) = x^2 + x^3 \ln x , \quad g(x) = \sqrt{9 - x^3} - 3 ,$$

$$h(x) = \frac{\operatorname{sen} x^2}{\sqrt{x}} , \quad k(x) = \frac{2 - e^{x^2} - \cos(\sqrt{2}x)}{x^{3/2}} .$$

*(8 punti)*

4. Studiare la funzione

$$f(x) = \left| \frac{3}{4} - x^2 \right| - \sqrt{2x^2 - 1} ,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. *(8 punti)*

5. Scrivere i numeri complessi

$$z = \left( \sqrt{3} + i \right)^4 , \quad w = \frac{(\sqrt{3} + i)^4}{(-1 - i)^6}$$

sia in forma trigonometrica che nella forma  $a + ib$ . Successivamente scrivere le radici quinte di  $w$  (solo in forma trigonometrica) e disegnarle nel piano complesso. *(6 punti)*

Cognome e nome .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

21 dicembre;                       22 dicembre;                       9–10 gennaio;                       15–16 gennaio.

Note .....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Al variare del parametro reale  $x$ , studiare la convergenza della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2^n + 5n^2)(1 + 2 \ln x)^n}{n^4}$ ;  
 studiare inoltre la convergenza assoluta e quella semplice della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{3n}{\ln n + 2n^2}$ .  
*(7 punti)*

2. Dire per quali  $\alpha \in \mathbf{R}$  converge l'integrale

$$\int_2^{+\infty} \left( \operatorname{arctg} \frac{x}{x^2 - 3} \right)^\alpha dx .$$

Calcolare inoltre

$$\int \operatorname{arctg} \frac{x^2 - 3}{x} dx .$$

*(7 punti)*

3. Ordinare i seguenti infinitesimi, per  $x \rightarrow 0^+$ :

$$f(x) = \frac{\operatorname{tg}^2 x}{\sqrt[3]{x}} , \quad g(x) = x^3 - x^4 \ln x ,$$

$$h(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^{3/2}} , \quad k(x) = \sqrt{4 + 2x^2} - 2 .$$

*(8 punti)*

4. Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{3x^2 - 2} - |1 - x^2| ,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. *(8 punti)*

5. Scrivere i numeri complessi

$$z = \left(1 - i\sqrt{3}\right)^4 , \quad w = \frac{(1 - i\sqrt{3})^4}{(-1 - i)^6}$$

sia in forma trigonometrica che nella forma  $a + ib$ . Successivamente scrivere le radici terze di  $w$  (solo in forma trigonometrica) e disegnarle nel piano complesso. *(6 punti)*