

# CONTINUITÀ E DIFFERENZIABILITÀ

1. Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 - y^2} & |x| \neq |y| \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

2. Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \cos xy}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

3. Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} (xy) \log(xy) & x, y > 0 \\ 0 & x, y = 0. \end{cases}$$

4. Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \left( \frac{x^2 y}{x^4 + y^2} \right)^2 & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

5. Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = xy^2.$$

Calcolare inoltre il suo gradiente nel punto  $(2, 3)$  e determinare quali sono le direzioni lungo le quali le derivate direzionali della  $f$  in  $(2, 3)$  sono massime e minime.

6. Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Fare inoltre uno studio di funzione utilizzando il metodo delle curve di livello e delle sezioni. Calcolare inoltre il piano tangente e il versore normale.