CURVE

1. Calcolare la lunghezza della curva
$$y = \log x, \quad x \in [1, \sqrt{3}].$$

2. Calcolare a lunghezza della curva
$$\begin{cases} y = x^2 \\ 3z = 2xy \end{cases}$$
dal punto $(0,0,0)$ al punto $(2,4,8/3)$.

3. Calcolare la lunghezza delle curve
$$\gamma(t) = (e^{2t}, 2e^t, t), \quad t \in [0,1]$$
$$\beta(t) = (t, 2t^2, t-1), \quad t \in [0,1]$$
e calcolare l'angolo tra le due curve nel punto $(1,2,0)$. Calcolare inoltre l'ascissa curvilinea e i versori della terna intrinseca.

4. Calcolare per la curva
$$\gamma(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t, e^t)$$
l'ascissa curvilinea $s(t)$ a partire dal punto $t = 0$ e riscrivere l'equazione della curva assumendo come parametro s. Calcolare quindi la terna intrinseca e provare che formano angoli costanti con l'asse z.

5. Calcolare l'integrale della funzione
$$f(x,y) = xy$$
lungo la curva $\gamma(t) = (t, t^2)$, $t \in [0,1]$.

6. Calcolare l'integrale della funzione
$$f(x,y) = (x^2 + y^2)^2$$
lungo la curva $\varrho = e^{2\theta}$ con $\theta \in (-\infty, 0]$.

7. Calcolare l'area della regione di piano sottostante alla cicloide
$$\begin{cases} x(t) = a(t - \sin t) \\ y(y) = a(1 - \cos t) \end{cases}, \quad t \in (0, 2\pi).$$

8. Calcolare l'area del dominio racchiuso dalla cardioide di equazioni polari $\varrho = (1 - \cos\theta)$, $\theta \in [0, 2\pi]$.

9. Calcolare
$$\int_C (-x^2 y\,dx + xy^2\,dy)$$
dove $C = \{(x,y) \in R^2 : x^2 + y^2 = R^2\}$.

10. Dimostrare che tra tutte le curve di diametro 2 il cerchio è quello che racchiude una regione di area massima (Problema Isodiametrico).