INTEGRALI DOPPI

1. Calcolare l'integrale
$$\int_S (x^2 - 3y^2)\sin(xy)\,dxdy$$
dove $S = \{(x,y) \in R^2 : x \geq -3, y \leq 3, y \geq x\}$.

2. Calcolare l'integrale
$$\int_S \frac{x}{x^2+y^2}\,dxdy$$
dove $S = \{(x,y) \in R^2 : 1 \leq x \leq 2, x^2/2 \leq y \leq x^2\}$.

3. Calcolare l'integrale
$$\int_S x^3 y^5\,dxdy$$
dove $S = \{(x,y) \in R^2 : -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq x^2\} \cup \{(x,y) \in R^2 : x \geq 1, x^2 + y^2 - 2x \leq 0\}$.

4. Calcolare l'integrale
$$\int_S \frac{xy^2}{x^2+y^2}\,dxdy$$
dove $S = \{(x,y) \in R^2 : y \geq x, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2\}$.

5. Calcolare l'integrale
$$\int_S \frac{\tan(x+y)}{x+y}\,dxdy$$
dove $S = \{(x,y) \in R^2 : 0 < x + y \leq 1, x, y > 0\}$.

6. Calcolare l'integrale
$$\int_S x^2(y - x^3)e^{y+x^3}\,dxdy$$
dove $S = \{(x,y) \in R^2 : x^3 \leq y \leq 3, x \geq 1\}$.

7. Calcolare l'integrale
$$\int_S \frac{3}{x^2y^2}\,dxdy$$
dove $S = \{(x,y) \in R^2 : y > 1/x, x < y < 4x\}$.

8. Determinare per quali valori del parametro reale α risulta integrabile la funzione
$$f(x,y) = \frac{1}{(x^2+y^2)^\alpha}$$
sull'insieme $B_1(0) = \{(x,y) \in R^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

9. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx.$$

(Sugg: considerare la funzione $f(x,y) = \sin x e^{-xy}$ integrata su $[0, \pi n] \times [0, +\infty))$.

10. Calcolare l'area della regione S compresa tra le circonferenze

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - x = 0 \\ \varrho^2 = 2\cos 2\theta. \end{cases}$$

11. Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int_\Sigma \frac{z + y^2}{\sqrt{1 + 4(x^2 + y^2)}} d\sigma$$

dove $\Sigma = \{(x,y,z) \in R^3 : z = x^2 - y^2, x^2 + y^2 \geq 1, x^2 + 4y^2 \leq 4\}$.

12. Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int_\Sigma \frac{x}{\sqrt{4z+1}} d\sigma$$

dove Σ è la superficie $\Sigma = \{(x,y,z) \in R^3 : z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 - y \leq 0, y \geq 1/2, x \geq 0\}$.

13. Usando il teorema di derivazione sotto il segno di integrale, calcolare il seguente integrale

$$F(t) = \int_0^{+\infty} e^{x^2 - t^2/x^2} dx.$$

14. Usando il teorema di derivazione sotto il segno di integrale, calcolare

$$F(t) = \int_0^{+\infty} \frac{\arctan xt}{x(1+x^2)} dx.$$

15. Usando il teorema di derivazione sotto il segno di integrale, calcolare

$$F(t) = \int_0^{+\infty} e^{-x} \frac{\sin tx}{x} dx.$$