

FONDAMENTI DI ANALISI MATEMATICA 2

Vicenza, 26-01-2010

Esercizio 1 Dato l'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 2, 1 \leq xy \leq 3\}$, calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_D y^2 e^{xy} dx dy$$

Esercizio 2 Dati gli insiemi

$$M = \{(x, y, z) : z^2 - x^2 - y^2 = 0\}, \quad C = \{(x, y, z) : (x+1)^2 + y^2 \leq 4\}$$

calcolare l'area della superficie S ottenuta dall'intersezione $M \cap C$.

Esercizio 3 Determinare eventuali punti di massimo e di minimo assoluto per la funzione $f(x, y) = \arctan(x^2 - y^2)$ su $D = \{(x, y) : -\sqrt{4 - y^2} \leq x \leq \sqrt{2}|y| \leq 2\sqrt{2}\}$ e calcolare il valore del massimo e del minimo assoluto di f su D .

Esercizio 4 Dato il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = \left(\frac{a+2}{x^2 y} - \sin(x+y+az), \frac{a^2-4}{xy^2} - \sin(x+y+az), -3 \sin(x+y+az) \right)$$

- (a) determinare il dominio di F per ogni $a \in \mathbb{R}$;
- (b) determinare i valori di $a \in \mathbb{R}$ per cui il rotore di F , $\text{rot}F$, risulta nullo nel dominio di F ;
- (c) verificare che in corrispondenza ai valori di a determinati nel punto (b), F è conservativo nell'insieme $D = \{(x, y, z) : x > 0, y > 0\}$ e calcolare un potenziale di F su D per tali a .

Esercizio 5 Sia f è una arbitraria funzione di classe C^∞ da \mathbb{R} in \mathbb{R} e si consideri l'equazione

$$h(x, y, z) = e^x + f(3x + y) + e^z - 1 = 0.$$

- (a) Determinare delle condizioni sufficienti su f affinché l'equazione definisca in un intorno dell'origine una superficie di equazione $y = g(x, z)$ tale che $g(0, 0) = 0$;
- (b) verificare che $f(t) = \sin(t) - 1$ soddisfa le condizioni determinate nel punto (a) e per tale scelta di f determinare il piano tangente e un versore normale in $(0, 0, 0)$ alla superficie implicitamente definita dall'equazione assegnata.