

# FONDAMENTI DI ANALISI MATEMATICA 2

Prof. F. Albertini, M. Motta, F. Paronetto  
Ingegneria Gestionale, Meccanica, Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 8-02-2010

## TEMA

**Esercizio 1** Data la funzione

$$f(x, y) = |y - x^2| y^2$$

discutere continuità, derivabilità e differenziabilità di  $f$  nel suo dominio.

**Esercizio 2** Data la funzione

$$f_a(x, y) = \frac{4}{3}(1 - a)(x^3 + y^3) + 2x^2 + x + 2y^2 + y \quad \text{in } \mathbb{R}^2$$

- (a) per ogni  $a > 0$  determinare i punti critici di  $f$ ;
- (b) per ogni  $a > 0$  discutere la natura dei punti critici, ovvero determinare eventuali massimi e minimi relativi della funzione;
- (c) per ogni  $a > 0$  determinare  $\inf_{\mathbb{R}^2} f$  e  $\sup_{\mathbb{R}^2} f$  e precisare se sono rispettivamente minimo e massimo assoluto della funzione.

**Esercizio 3** Dato l'insieme  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 2)^2 + y^2 \leq 1, y + (x - 2)^2 \leq 0\}$ , calcolare il seguente integrale

$$\iint_D (x - 2) dx dy$$

**Esercizio 4** Dato l'insieme

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = R^2, 0 \leq z \leq -x + R\}$$

- (a) fare un disegno qualitativo di  $\Sigma$  e parametrizzarlo;
- (b) calcolare l'integrale  $\int_{\Sigma} (3 - z) d\sigma$ .

**Esercizio 5** Scrivere la serie di Fourier della funzione dispari,  $2\pi$ -periodica, definita in  $]0, \pi[$  da

$$f(x) = \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2$$

e studiarne la convergenza in  $\mathbb{R}$ .

Tempo: due ore e mezza. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.