

FONDAMENTI DI ANALISI MATEMATICA 2

Vicenza, 20.09.2010

Esercizio 1 Data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 2y^2} - y$

a) se ne trovino e disegnino gli insiemi di livello,

b) se ne trovino il massimo e minimo assoluti, se esistono, nell'insieme $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 4\}$.

Esercizio 2 Si calcoli il volume del seguente insieme

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 1, 0 \leq z \leq x\}.$$

Esercizio 3 Data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy$ se ne trovino i punti critici e se ne studi la loro natura al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 4

Si calcoli l'area della superficie

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 - 2x \leq 0\}.$$

Esercizio 5

Data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = y^2 + x^4 - 2yx^2$ si dica se nel punto $(1/2, 1/2)$ l'insieme

$$Z = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x, y) = 0\}$$

è grafico di una funzione $x = x(y)$ e/o di una funzione $y = y(x)$. In caso affermativo si trovi la retta tangente a tale grafico.

Lo stesso si faccia per il punto $(0, 0)$.