

## FONDAMENTI DI ANALISI MATEMATICA 2

Vicenza, 20.09.2010

**Esercizio 1** Data la funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 2y^2} - y$

a) se ne trovino e disegnino gli insiemi di livello,

b) se ne trovino il massimo e minimo assoluti, se esistono, nell'insieme  $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 4\}$ .

**Esercizio 2** Si calcoli il volume del seguente insieme

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1, 0 \leq z \leq x\}.$$

**Esercizio 3** Data la funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy$  se ne trovino i punti critici e se ne studi la loro natura al variare del parametro  $a \in \mathbb{R}$ .

**Esercizio 4**

Si calcoli l'area della superficie

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 - 2x \leq 0\}.$$

**Esercizio 5**

Date le funzioni  $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definite da  $f(x, y) = y^2 + x^4 - 2yx^2 - \frac{1}{16}$  e  $g(x, y) = y^2 + x^4 - 2yx^2$  si dica se nel punto  $(1/2, 1/2)$  l'insieme

$$Z = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x, y) = 0\}$$

è grafico di una funzione  $x = x(y)$  e/o di una funzione  $y = y(x)$ . In caso affermativo si trovi la retta tangente a tale grafico.

Lo stesso si faccia per l'insieme

$$Z' = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid g(x, y) = 0\}$$

nel punto  $(0, 0)$ .