FONDAMENTI DI ANALISI MATEMATICA 2

Vicenza, 26-01-2010

Esercizio 1 Dato l'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x-2)^2 + y^2 \leq 1, y + (x-2)^2 \leq 0\}$, calcolare il seguente integrale

$$\iint_D (x-2) dx dy$$

Esercizio 2 Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità in $\mathbb{R}^2$ della funzione

$$f(x, y) = |y - x^2|y^2.$$

Esercizio 3 Determinare eventuali punti di massimo e di minimo assoluto per la funzione $f(x, y) = x^2 + y^2 + 1 - 2x - 2xy + 2y$ (**questa altro non è che $(y - x + 1)^2$**) in $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq |y| + 1, x^2 + y^2 \leq 9\}$.

Esercizio 4 Dato il campo vettoriale $F(x, y, z) = (yz, xz, xy)$ calcolare

$$\int_S F \cdot \nu d\sigma$$

dove S è il triangolo di vertici $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 2)$ e ν è la normale ad S orientata in modo tale da avere la terza componente positiva.

Si calcoli poi

$$\int_{\Sigma} F \cdot \nu d\sigma$$

dove Σ è la superficie data dal bordo del tetraedro di vertici $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 2)$, $(0, 0, 0)$.

Esercizio 5 Scrivere la serie di Fourier in soli seni della funzione $f(x) = (x - \pi)^2$ con $x \in (0, 2\pi)$ e studiarne la convergenza in $\mathbb{R}$.