

17/06/2020

1. **Insiemi**

Sia

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x+y| < 1\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 4x + 3 + y^2 \leq 0\}.$$

- (a)  $E$  è chiuso (0%)
- (b)  $E$  è aperto (0%)
- (c)  $E$  è illimitato (50%)
- (d)  $E$  è connesso (50%)
- (e) tutte le altre affermazioni sono false (0%)
- (f) non voglio rispondere (0%)

2. **Serie**

Si consideri

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n + xn^{1/2}}{n^{3/2}}, \quad x \in \mathbb{R}$$

- (a) la serie è convergente per  $x \geq 0$
- (b) la serie è indeterminata per  $x = 0$
- (c) la serie è convergente per ogni  $x \in \mathbb{R}$
- (d) per ogni  $x \in \mathbb{R}$ , la serie è a termini non-negativi
- (e) tutte le altre affermazioni sono false ✓
- (f) non voglio rispondere

3. **Serie di potenze**

Si scriva  $\frac{1}{32+64x}$  in serie di potenze (centro  $x_0 = 0$ ), ovvero

$$\frac{1}{32 + 64x} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n.$$

Qual è il valore di  $a_7$ ?

- $-4$  ✓

4. **Integrale improprio**

Si consideri l'integrale improprio

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\arctan(x^a \log x)} dx, \quad a > 0$$

- (a) per ogni  $a > 0$ , l'integrale non converge ✓
- (b) per ogni  $a > 1$ , l'integrale converge
- (c) per ogni  $a > 0$ , l'integrale converge
- (d) per ogni  $a \in (0, 1)$ , l'integrale converge
- (e) tutte le altre affermazioni sono false
- (f) non voglio rispondere

## 5. Successione di funzioni

Si consideri la successione di funzioni

$$f_n(x) = x - \sqrt{\frac{x^4}{n} + x^2}, \quad x \in \mathbb{R},$$

e si denoti con  $f(x)$  il suo limite puntuale (se esiste).

- (a)  $f$  è una funzione continua su  $\mathbb{R}$ . ✓
- (b)  $f'$  è una funzione continua su  $\mathbb{R}$ .
- (c)  $f_n$  converge uniformemente su  $\mathbb{R}$ .
- (d)  $f'_n$  converge uniformemente su  $\mathbb{R}$ .
- (e) tutte le altre affermazioni sono false
- (f) non voglio rispondere

## 6. Campi

Si consideri il campo

$$F(x, y) = \left( \frac{x}{(x^2 + y^2 - 1)((x - 4)^2 + y^2 - 1)}, \frac{y}{(x^2 + y^2 - 1)((x - 4)^2 + y^2 - 1)} \right).$$

Il dominio massimale di  $F$  è composto da

- (a) una componente connessa, semplicemente connessa
- (b) due componenti connesse, entrambe semplicemente connesse
- (c) tre componenti connesse, due delle quali semplicemente connesse e una no ✓
- (d) tre componenti connesse, una delle quali semplicemente connessa e due no
- (e) non voglio rispondere
- (f) tutte le altre affermazioni sono false

## 7. Funzioni

Siano  $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $x_o \in \mathbf{R}^2$  tali che

$$\frac{\partial f}{\partial v}(x_o) = v_1 v_2, \quad v = (v_1, v_2) \text{ vettore di modulo 1.}$$

Allora:

- (a)  $f$  è necessariamente discontinua in  $x_o$
- (b)  $f$  è derivabile in  $x_o$  ✓
- (c)  $f$  è differenziabile in  $x_o$
- (d)  $f$  ammette derivate parziali continue in  $x_o$
- (e) non voglio rispondere
- (f) tutte le altre affermazioni sono false

## 8. Curve

Si consideri  $\Gamma \subset \mathbf{R}^2$  sostegno della curva espressa in forma polare da

$$\rho = \frac{\vartheta^4 - 4\pi\vartheta^3 + 4\pi^2\vartheta^2}{\pi^4}, \quad \vartheta \in [0, 2\pi].$$

Si indichi il massimo delle distanze dei punti dell'insieme  $\Gamma$  dall'origine.

- 1 ✓

(la massima distanza è (in corrispondenza di  $\vartheta = \pi$ )  $\frac{\pi^4 - 4\pi^4 + 4\pi^4}{\pi^4}$ )