

26/08/2020

1. Punti critici

Sia f di classe C^2 su \mathbb{R}^3 , a valori reali, tale che $\nabla f(0, 0, 0) = 0$ e

$$Hf(0, 0, 0) = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

- (a) $(0, 0, 0)$ è un punto di minimo locale per f
- (b) $(0, 0, 0)$ non è un punto di critico di f
- (c) $(0, 0, 0)$ è un punto di massimo locale per f
- (d) $(0, 0, 0)$ è un punto di sella per f ✓
- (e) non ci sono abbastanza informazioni per rispondere
- (f) tutte le altre affermazioni sono false

2. Serie di potenze

Data la serie (complessa)

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^n z^n$$

l'insieme di convergenza è

- (a) né aperto né chiuso
- (b) aperto ✓
- (c) chiuso
- (d) illimitato
- (e) sconnesso
- (f) tutte le altre affermazioni sono false

3. Serie di potenze 2

Si consideri la serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ con

$$a_n = \begin{cases} \frac{1}{2^n} & n \text{ pari} \\ \frac{1}{3^n} & n \text{ dispari} \end{cases}$$

Si ha che

- (a) La serie ha raggio di convergenza 2 ✓
- (b) La serie ha raggio di convergenza 1/2
- (c) La serie ha raggio di convergenza 1/3
- (d) La serie ha raggio di convergenza 3
- (e) La serie ha raggio di convergenza $1/2 + 1/3$
- (f) tutte le altre affermazioni sono false

4. Contrazioni

Quale tra queste funzioni F è una contrazione su $[-1, 1] \times [-1, 1]$?

- (a) $F(x, y) = \left(\frac{1}{3}x^2, 2y\right)$
- (b) $F(x, y) = \left(\sqrt{|x|}, \sin y\right)$
- (c) $F(x, y) = \left(\frac{1}{2} \arctg(x + 2), \cos y\right)$ ✓
- (d) $F(x, y) = (x^3, y^3)$
- (e) nessuna

5. Insiemi

Dato il campo di vettori

$$F(x, y) = \left(\frac{2xy^2}{1 - x^2y^2}, \frac{2x^2y}{1 - x^2y^2}\right).$$

si dica di quante componenti connesse è composto il suo dominio massimale.

- 5 ✓

6. Insiemi 2

Si consideri il dominio massimale $E \subseteq \mathbb{R}^3$ della funzione

$$f(x, y, z) = \frac{\log |z - x - y|}{x^2 + y^2 + (z - 1)^2}.$$

E è un insieme

- (a) aperto ✓
- (b) chiuso

- (c) semplicemente connesso ✓
- (d) connesso
- (e) tutte le altre affermazioni sono false

7. Punti critici 2

Si consideri la funzione definita su \mathbb{R}^2

$$f(x, y) = x|x|$$

e si denoti con $\underline{0} = (0, 0)$ l'origine degli assi.

- (a) f è differenziabile in $\underline{0}$ (50%)
- (b) $\underline{0}$ è un punto di sella per f (50%)
- (c) f è di classe C^2 in un intorno di $\underline{0}$ (0%)
- (d) $\underline{0}$ è un punto di minimo per f (0%)
- (e) tutte le altre affermazioni sono false (0%)