

13/07/2020

1. **Successione di funzioni**

Si consideri

$$f_n(x) = (n + 1)e^{-n^4 x^4}$$

e sia

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx.$$

- (a) $f_n(x)$ converge puntualmente a zero per $x \in (0, 1)$ (50%)
- (b) $L > 0$ (50%)
- (c) $L = 0$ (0%)
- (d) il limite L è $+\infty$ (0%)
- (e) il limite L non esiste (0%)
- (f) tutte le altre affermazioni sono false (0%)

2. **Campi**

Si consideri il campo

$$F(x, y) = \left(\frac{\alpha(x - y) \cos x - \sin x}{(x - y)^2}, \frac{\beta(x - y) \cos x + \sin x}{(x - y)^2} \right).$$

Si dica per quali valori di α, β il campo è irrotazionale:

- (a) $\alpha = 1, \beta = 1$
- (b) $\alpha = 1, \beta = 0$ ✓
- (c) $\alpha = 0, \beta = 1$
- (d) $\alpha = 0, \beta = -1$
- (e) non voglio rispondere
- (f) tutte le altre affermazioni sono false

3. **Serie**

Si consideri la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\exp\left(\frac{1}{n}\right) - \cos\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \right] \sin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right), \quad \alpha > 0$$

- (a) La serie converge per ogni $\alpha > 0$ (100%)
- (b) La serie converge solo se $\alpha > 1$ (0%)

- (c) La serie diverge per ogni $\alpha \in (0, \frac{1}{2})$ (0%)
- (d) La serie diverge per ogni $\alpha > 0$ (0%)
- (e) tutte le altre affermazioni sono false (0%)

4. Punti critici

Sia f di classe C^2 su \mathbb{R}^3 , a valori reali, tale che $\nabla f(0, 0, 0) = 0$ e

$$Hf(0, 0, 0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- (a) $(0, 0, 0)$ è un punto di minimo locale per f (0%)
- (b) $(0, 0, 0)$ non è un punto di critico di f (0%)
- (c) $(0, 0, 0)$ è un punto di massimo locale per f (0%)
- (d) $(0, 0, 0)$ è un punto di sella per f (100%)
- (e) la natura di $(0, 0, 0)$ dipende dal valore di $f(0, 0, 0)$ (0%)
- (f) tutte le altre affermazioni sono false (0%)

5. Punti critici e insiemi

Si consideri la funzione definita su \mathbb{R}^2

$$f(x, y) = (4x - y^5)^2$$

e si denoti con $E \subset \mathbb{R}^2$ l'insieme dei punti di minimo globale di f

- (a) E è chiuso (33.33333%)
- (b) E è aperto (0%)
- (c) E è vuoto (0%)
- (d) E è illimitato (33.33333%)
- (e) E è semplicemente connesso (33.33333%)
- (f) tutte le altre affermazioni sono false (0%)

6. Serie di potenze

Stabilire il raggio di convergenza R della seguente serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^{1+(-1)^n}}{3n! + 5} x^n, \quad x \in \mathbb{R}$$

- (a) $R = \infty$ ✓

- (b) $R = 1$
- (c) $R = 0$
- (d) R non è definito
- (e) tutte le altre affermazioni sono false

7. Contrazioni

Sia f la funzione definita su \mathbb{R}^2 ed a valori in \mathbb{R}^2

$$f(x, y) = (y^2, \sqrt{|x|})$$

e $Q_R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq R, |y| \leq R\}$, per $R > 0$.

- (a) f mappa Q_1 in sé stesso. (50%)
- (b) f mappa Q_2 in sé stesso. (0%)
- (c) f è una contrazione su Q_1 (0%)
- (d) f ammette un punto fisso in Q_1 (50%)
- (e) tutte le altre affermazioni sono false (0%)