

Facoltà di Ingegneria

**Prova scritta per i corsi Analisi Matematica I e
Fondamenti di Analisi Matematica I**

Corso A.L.S.I.

Padova, 27.1.2012

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \log \left(\frac{x-1}{x-2} \right)^2 .$$

2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x+x^2) - x}{x^2} .$$

3. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} [\log(\sqrt{n}+1) - \log \sqrt{n+1}] .$$

4. Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{1}{2x + 2\sqrt{x+1} + 7} dx .$$

Facoltà di Ingegneria

Prova scritta per i corsi Analisi Matematica I e
Fondamenti di Analisi Matematica I

Corso A.L.S.I.

Padova, 17.2.2012

1. Data la funzione $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbf{R}$ definita dall'espressione

$$f(x) = \sqrt{|\sin x (1 - \sin x)|}$$

studiarne **in dettaglio** la derivata prima dopodiché tracciarne un grafico qualitativo (utilizzando solo le informazioni riguardanti f e la sua derivata prima).

2. Utilizzando gli sviluppi di Taylor si studino i seguenti limiti:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3 + 3x - e^{2\sqrt{x}} - 2e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x} + x + x^2},$$
$$(b) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3 + 3x + \frac{7}{6}x^{3/2} - e^{2\sqrt{x}} - 2e^{-\sqrt{x}}}{x^{3/2}} \sin \frac{1}{x}.$$

3. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_n \left(\sqrt[4]{1 + \frac{4}{n^4}} - 1 \right) n^2 \sqrt{n^2 + 1}.$$

4. Calcolare i seguenti integrali

$$(a) \int_0^1 \frac{x}{x^2 - 4} dx,$$
$$(b) \int_{-1}^1 \frac{x}{x^2 - 4} dx,$$
$$(c) \int_{-1}^1 \frac{|x|}{x^2 - 4} dx,$$
$$(d) \int_0^1 \frac{x}{|x^2 - 4|} dx.$$

Facoltà di Ingegneria

Prova scritta per i corsi Analisi Matematica I e
Fondamenti di Analisi Matematica I

Corso A.L.S.I.

Padova, 5.7.2012

Si svolgano i seguenti esercizi prestando attenzione a **motivare** le risposte.

1. Studiare la funzione f definita dall'espressione

$$f(x) = x(1 + \log x)^2$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

2. Si studi il seguente limite al variare del parametro $\alpha \in [0, +\infty)$:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(\cos^2 x)}{x^\alpha}$$

3. Si studi la convergenza semplice ed assoluta della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \operatorname{arctg} \left(\frac{n}{n^2 + 100} \right)$$

4. Si calcolino i seguenti integrali

(a) $\int_0^1 \frac{2x}{x^2 + x + 1} dx,$

(b) $\int_{-1}^1 \frac{2x}{x^2 + |x| + 1} dx.$

Facoltà di Ingegneria

Prova scritta per i corsi Analisi Matematica I e
Fondamenti di Analisi Matematica I

Corso A.L.S.I.

Padova, 20.9.2012

Si svolgano i seguenti esercizi facendo attenzione a **motivare** le risposte.

1. Data la funzione f definita dall'espressione

$$f(x) = x^{1/3}(x^2 + 2x - 3)^{2/3},$$

trovarne il dominio massimale e studiarne in **dettaglio** la derivata prima. Dopodiché (con il solo ausilio dello studio della derivata prima) tracciarne un grafico qualitativo.

2. Si studi il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{1/3}(x^2 + 2x - 3)^{2/3} - x^{5/3}).$$

3. Si studi la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n^2 - \log(1 + n^2)) \left(\frac{1}{n^2} - \log\left(1 + \frac{1}{n^2}\right) \right).$$

4. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{1}{x\sqrt{x-4}} dx, \quad \int \frac{1}{\sqrt{2^x-4}} dx.$$