

**CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 1**

Prova Scritta

5 Febbraio 2001

- 1.** Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{x^3 + x + 1}{x^2 + 1} \arctan x dx.$$

- 2.** Discutere la convergenza semplice e assoluta al variare del parametro $x \in \mathbf{R}$ della serie

$$\sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n n^n}{\ln(n^n!)} x^n.$$

- 3.** Studiare la funzione

$$f(x) = x + \arcsin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

- 4.** Date $f(x) = \int_x^1 \frac{\ln(1+t)}{\sin(t^2)} dt$ e $g(x) = \int_{\frac{1}{x^2}}^1 t \left(e^{\frac{1}{t}} - 1 - \frac{1}{t}\right) dt$, provare che

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty.$$

Inoltre, calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{g(x)}.$$

- 5.** Sia $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ tale che

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x,y)}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0.$$

Provare che $f(0,0) = 0$, f è differenziabile in $(0,0)$ e $\nabla f(0,0) = (0,0)$.